La Cantuta
Fondo Editorial
Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle

fondoeditorial.une.edu.pe

ESTRATEGIAS DE CREATIVIDAD Y COMPETENCIA DE RESOLVER PROBLEMAS DE MATEMÁTICA

Florencio Celso Trujillo Cauti
Modesto Isidoro Giles Nonalaya
Yeferson Meza Chaupis

Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle (UNE)

ESTRATEGIAS DE CREATIVIDAD Y COMPETENCIA DE RESOLVER PROBLEMAS DE MATEMÁTICA

Florencio Celso Trujillo Cauti

Modesto Isidoro Giles Nonalaya

Yeferzon Meza Chaupis

Lima – Perú

2023

ESTRATEGIAS DE CREATIVIDAD Y COMPETENCIA DE RESOLVER PROBLEMAS DE MATEMÁTICA

© **Florencio Celso Trujillo Cauti**
ftrujillo@une.edu.pe

Modesto Isidoro Giles Nonalaya
mgiles@une.edu.pe

Yeferzon Meza Chaupis
ymeza@une.edu.pe
Editada por:

© Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle (UNE) - **Fondo Editorial "La Cantuta"**
Dirección: Enrique Guzman y Valle N° 951, Lurigancho-Chosica 15472, Perú
ISNI: 0000 0000 8534 4267
fondoeditorial@une.edu.pe
Teléf. móvil: +51 999 140 920
Portal Web: https://www.une.edu.pe/

Primera edición digital: Junio 2023

Libro digital disponible en: https://fondoeditorial.une.edu.pe/

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú N° 2023-05339
ISBN: 978-612-4148-40-8
DOI: https://doi.org/10.54942/lacantuta.19

Corrección de estilo: Luis Pablo Diaz Tito
luisp.diaz@upsjb.edu.pe / Tel. de contacto: +51 955 129 801
Diseño y Diagramación: Gráfica "imagen"
Manuel Enrique Sampen Antonio
sampen25@gmail.com / Tel. de contacto: +51 990 064 589

Revisión por pares ciegos aprobado por el **Consejo Editorial del Fondo Editorial "La Cantuta".**
Libro resultado de Investigación y con revisión por pares doble ciego.
Sello editorial: Fondo Editorial (978-612-4148)

Dedicatoria

A la UNE E G y V, Alma Máter del Magisterio Nacional; a la juventud estudiosa de Matemática e Informática por compartir gratas experiencias formativas y futuros líderes educativos y agentes de cambio; a nuestros seres queridos ausentes y presentes. Al Vicerrectorado de Investigación por la promoción de la publicación del presente libro.

TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN

El presente libro se deriva como como resultado de la investigación: *Estrategias didácticas para desarrollar la creatividad y competencia de resolver problemas, en los estudiantes de Matemática e Informática,* en el marco de la investigación ordinaria 2022 gestionado por el Vicerrectorado de Investigación de la UNE Enrique Guzmán y Valle.

Resulta valioso conocer los principios y fundamentos de creatividad y la resolución tanto para los docentes y estudiantes como medio de fomento de la cultura de la creatividad en la formación de los estudiantes cuyo fin supremo es desarrollar competencias especializadas de la matemática. Para el proceso investigativo utilizamos el enfoque mixto: cualitativo y cuantitativo que se enmarca en la investigación: documental, descriptiva y de proceso, y estudio de casos. El análisis, y selección de la información relevante, sirve de sustento en la elaboración de estrategias didácticas que facilitan el desarrollo de la creatividad y la capacidad de inventar problemas originales en los estudiantes de Matemática. La base teórica se centra en los fundamentos de creatividad, competencias del maestro creativo y la resolución de problemas de matemática. Para conocer en qué medida los profesores universitarios realizan prácticas de creatividad matemática en los procesos de enseñanza-aprendizaje, se elaboró y aplicó una encuesta a los estudiantes de Matemática e Informática- promociones 2018 y 2021, continuando con el análisis e interpretación estadística de los datos. Los fundamentos teóricos seleccionados, sirve de sustento para reflexionar y destacar la importancia de incentivar la creatividad en los procesos formativos mediante la invención y resolución de problemas contextualizados.

Finalmente, presentamos modelos ilustrativos de aprender matemática con creatividad, la invención y resolución de problemas. Los resultados lo socializamos mediante ponencia en jornada de capacitación, proponiendo ideas para orientar y reflexionar a los actores académicos, lo significativo que resulta la práctica continua de la creatividad y resolución de problemas.

Palabras clave: Creatividad matemática, formación integral

ABSTRACT

This book is derived as a result of the research: Didactic strategies to develop creativity and competence to solve problems, in students of Mathematics and Computer Science, within the framework of ordinary research 2022 managed by the Vice-rectorate for Research of the UNE Enrique Guzmán y Valle.

It is valuable to know the principles and fundamentals of creativity and resolution for both teachers and students as a means of promoting the culture of creativity in the training of students whose supreme purpose is to develop specialized skills in mathematics. For the research process we use the mixed approach: qualitative and quantitative that is framed in the research: documentary, descriptive and process, and case studies. The analysis, and selection of relevant information, serves as support in the development of didactic strategies that facilitate the development of creativity and the ability to invent original problems in mathematics students. The theoretical basis focuses on the fundamentals of creativity, creative teacher competencies and mathematical problem solving. To know to what extent university professors carry out mathematical creativity practices in the teaching-learning processes, a survey was developed and applied to the students of Mathematics and Computer Science- promotions 2018 and 2021, continuing with the analysis and statistical interpretation of the data. The theoretical foundations selected, serves as support to reflect and highlight the importance of encouraging creativity in training processes through the invention and resolution of contextualized problems.

Finally, we present illustrative models of learning mathematics with creativity, invention and problem solving. The results are socialized through a presentation in a training day, proposing ideas to guide and reflect on academic actors, how significant is the continuous practice of creativity and problem solving.

Keywords: Mathematical creativity, integral formation

1. INTRODUCCIÓN

La Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle, institución referente de la educación nacional como formadora de educadores y otros profesionales, a través de sus programas está llamado en fortalecer los aspectos de los procesos académicos pedagógicos-investigativos de su comunidad académica. Es por ello, al realizar la investigación nos dirigimos a conocer los principios y fundamentos de creatividad y la resolución de problemas que sirve como soporte valioso tanto para la comunidad académica y como medio de fomento de la cultura de la creatividad en la formación de los estudiantes universitarios cuyo fin supremo es el desarrollo de competencias especializadas y de la resolución de problemas de matemática e informática.

Los estudiantes universitarios, bajo la conducción de sus profesores, requieren asumir actitudes creativas permanentes que signifiquen optimizar el desarrollo de sus competencias durante el proceso formativo para ser educadores competentes de Matemática; en tal sentido, es necesario conocer los factores o aspectos que dificultan o inciden en la poca costumbre de asumir actitudes de creatividad matemática y déficit de invento de problemas matemáticos originales.

Los resultados de las encuestas aplicadas a los estudiantes, muestran que los docentes de matemática realizan mínimamente acciones de creatividad en sus estudiantes. En este sentido, amerita asumir una reflexión autocrítica para preocuparnos de este problema: mediante la investigación, los principios y fundamentos teóricos, permiten construir estrategias didácticas para incentivar y optimizar la creatividad matemática y la competencia de construir y resolver problemas especializados.

Las investigaciones sobre creatividad matemática son variadas a nivel internacional y escasas a nivel nacional. Las fuentes obtenidas nos sirven de soporte para la construcción de estrategias didácticas para la creatividad y resolución de problemas.

Allueva (2004) en su trabajo pretende demostrar cómo se pueden *desarrollar las habilidades creativas en el contexto de la universidad, tomando como base cinco etapas del proceso educativo,* buscando las formas de eliminar los obstáculos o dificultades, del mismo modo, busca plantear mecanismos y acciones para incentivar actitudes que favorezcan el potencial creativo, mediante el uso de recursos y medios, estrategias convenientes orientadas hacia la creatividad.

Para ir conociendo e introduciendo el lenguaje de la creatividad, esta idea (creatividad) se puede concebir como la aptitud o capacidad mental que posee una persona para inventar algo desconocido por otras personas y que tenga aceptación y relevancia, estas cosas nuevas como resultado de la creatividad puede ser en forma abstracta o concreta y que tengan carácter de originalidad, novedosa, valiosa.

El estudio del proceso de construir las estrategias de creatividad y competencia de resolver problemas de Matemática resulta pertinente y necesaria, pues una universidad que no apuesta por la práctica de la creatividad no encuentra desarrollo en el aspecto académico formativo - investigativo, incluso en el aspecto de gestión institucional; por cuanto se hace necesario interiorizar en los actores académicos tener una actitud y mentalidad creativa permanente que beneficia también optimizar las competencias formativas y las competencias de inventar y resolver problemas de la matemática. Constituye un reto para pasar de un estado de inercia creativa académica a un estado en el que los actores académicos, día a día, el lenguaje de creatividad y resolución de problemas estén presentes en las conciencias, ideas y prácticas pedagógicas formativas.

Con la investigación se tuvo el propósito de determinar el estado actual de la actitud docente y estudiantil de creatividad, cuáles son los factores que inciden en la poca actitud de creatividad y cuáles son las estrategias didácticas más utilizadas para desarrollar la creatividad matemática y la competencia de construir y resolver problemas, en los estudiantes de pregrado de Matemática e Informática.

Sostenemos que algunos aportes que presentamos tendrán beneficios para contribuir en los estudiantes con las fuentes y modelos que sustentan la práctica de la cultura de la creatividad matemática, optimizar la capacidad de crear y resolver problemas matemáticos, así como de otras ramas de la ciencia.

2. FUNDAMENTOS DE CREATIVIDAD Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

2.1. Perspectivas de la Educación Matemática

Partimos de la idea de que la educación es la producción del ser humano en base a sus condiciones para convertirlos en el cultivo humano adquiriendo nuevas conductas y potencialidades cognitivas, capacidades intelectuales y desarrollo de su pensamiento mediante procesos educativos de intervención de uno sobre alguien o más individuos.

A través del tiempo, la educación en las sociedades y países ha sufrido cambios debido a múltiples necesidades que requieren estas sociedades para formar ciudadanos con valores humanos que contribuyan significativamente al desarrollo de su propio ser y actúen con conciencia social en favor de la comunidad para una convivencia sana en la sociedad en que viven y para la mejora de la calidad de vida; pero para preparar ciudadanos de este tipo, siglos por siglos se hablan y proponen la formación integral a los hombres; tal es así aparecen diversas opciones o enfoques pedagógicos y didácticos tales como el conductismo o constructivismo como resultado de las investigaciones y aportes, así mismo, por la complejidad que encierra la educación aparecen también tratados sobre la filosofía y psicología del aprendizaje, didáctica general y didáctica especializada

En caso de la formación de educadores de Matemática, como caso particular, en los programas curriculares para formar educadores o profesores de matemática se programa cursos como la didáctica general, fundamentos de didáctica de matemática, entre otros. Pero, queda la pregunta si hay o no una necesidad inmediata en proponer algún curso de creatividad a nivel de pregrado o que se considere como un tema para una unidad o más en un curso.

En el contexto de la educación matemática, la perspectiva de educar al hombre en esta disciplina adquiere dos dimensiones o fines:

- El fin formativo de la educación matemática dirigido a hacer matemática, desarrollando la capacidad de razonamiento lógico deductivo y creativo.
- El fin aplicativo dirigidos a desarrollar capacidades, habilidades, destrezas para resolver problemas de diversos contextos, así mismo, casi todas las disciplinas científicas, humanísticas y tecnológicas tienen la necesidad de usar la matemática y modelos matemáticos en el contexto de la formación respectiva de sus profesionales, inclusive la matemática es un soporte fundamental a la creación y desarrollo de las tecnologías de la información y comunicación.

2.2. Fundamentos de creatividad

2.2.1. La creatividad en la enseñanza universitaria

En lo que corresponde a los aspectos esenciales requeridos para la preparación de profesionales de la educación, se considera a la creatividad como una herramienta esencial o útil en la que no debemos dejar de lado; más bien, todos los actores académicos somos los llamados en dirigirnos al fomento o incentivo para realizar prácticas creativas en los procesos de enseñanza - aprendizaje en las evaluaciones e investigaciones.

En los momentos actuales, la formación de profesionales en las instituciones universitarias requiere de adoptar cambios y realizar transformaciones, acciones que garanticen la formación integral de sus estudiantes.

Los docentes, debido a su misión, compromiso y responsabilidad que les asiste en conducir los procesos formativos, requieren indagar ,conocer y reflexionar en qué medida usan su creatividad, motivan o fomentan la creatividad de sus alumnos y alumnas durante el desarrollo de sus actividades de enseñanza aprendizaje de sus cursos, del mismo modo, indagar qué estrategias que utilizan para la creatividad, las dificultades que se les presentan, si asumen actitudes reflexivas sobre los resultados de las acciones creativas.

En este sentido, en la enseñanza universitaria es necesario plantearse innovación, metas y estrategias encaminadas al desarrollo integral del estudiante, convirtiéndose en una universidad comprometida con la calidad educativa, que cumpla sus compromisos con eficiencia y eficacia en base a su misión, visión y propósitos institucionales, encaminada a resolver los problemas emergentes de una sociedad que requiere cambios, desarrollo con acciones inmediatas.

Los términos creatividad, innovación y transformación son conceptos o palabras mayores y valiosas para una sociedad, como es el caso de la sociedad peruana actual que requiere para encontrar de manera sostenida su ansiado desarrollo en los aspectos de gobernabilidad, ciencia y tecnología, legislación, educación, seguridad ciudadana, convivencia y respeto a los derechos humanos, responsabilidad social y ciudadanía, preservación y cuidado del medio ambiente, calidad de vida, entre otros.

Un ministro que no está preparado en creatividad no puede hacer una buena planificación para encontrar estrategias encaminadas a vencer a la criminalidad, delincuencia e inseguridad ciudadana, un legislador carente de creatividad, no puede producir leyes importantes que tengan impacto que benefician a toda la sociedad.

Volviendo al ámbito educativo, corresponde a los profesores dedicarse por inducir la importancia de realizar prácticas de creatividad a sus estudiantes como medio de desarrollo de sus potencialidades que les van a ser favorables en diferentes aspectos de su personalidad para aportar con creatividad en diversas funciones y situaciones, siempre buscando innovaciones y transformaciones; los formadores son los llamados en usar sus habilidades y capacidad de convencimiento para hacerles entender que gracias a la creatividad se ha desarrollado la ciencia y tecnología que están cambiando el modo de vida, hasta llegar a la era de las tecnologías de la informática como instrumento para la innovación y desarrollo.

En el contexto de la universidad, a los docentes y estudiantes les corresponde asumir compromisos dirigidos a incentivar en el aula la práctica de la creatividad en los procesos de enseñanza aprendizaje incluyendo la planificación de las sesiones de aprendizaje y la evaluación de resultado; así mismo, el incentivo de la creatividad en las investigaciones tanto de los docentes como formador de profesionales creativos y en la investigación formativa que garantice en parte realizar trabajos de investigaciones originales, para innovar y obtener resultados que benefician a su propia formación profesional, también a la comunidad académica o contexto que se desempeña mostrando aportes relevantes.

2.2.2. Definición de creatividad

2.2.2.1. Creatividad y crear

Crear es sinónimo de inventar algo nuevo o desconocido por las demás personas y que tenga aceptación como valioso lo creado.

Debemos señalar que el concepto de creatividad ha sido definido por muchos autores e investigadores dando una variedad de ideas, muchos definen la creatividad en diversos contextos como en la empresa para producción de artículos novedosos que tienen el propósito de obtener mayores ganancias, los científicos que lo utilizaron como base del desarrollo de la ciencia y tecnología, las grandes obras de arte y la música emergen de la creatividad usada por sus actividades creativas, en la educación por ejemplo muchos expertos lo usan para modernizar y estructurar estrategias de enseñanza aprendizaje, para el desarrollo de competencias y en los demás procesos aseguren la formación de educadores.

Así mismo, debemos destacar la importancia de la creatividad ya que es primordial y de suma utilidad en todos los aspectos de la actividad humana; sin creatividad no se hubiesen producido grandes cambios, innovaciones, reformas y progreso a través de la historia que han producido grandes transformaciones de orden cultural, científico tecnológico, económico y educativo cuyos aportes creativos han contribuido al progreso y cambio de vida.

La creatividad debe tratarse en un buen sentido positivo de la palabra, con fines de mejoras sustantivas, de innovación transformaciones en diferentes aspectos de la vida, en particular, en lo formativo, en lo educativo. Todas las personas tenemos en la mente algo de creatividad y pensamiento creativo. Las capacidades creativas se manifiestan en distintas etapas y en distintos niveles.

Tomando como referencia las fuentes sobre la Historia de las Matemáticas, pensadores de renombre utilizaron su alta capacidad creativa como: Euclides, David Hilbert para axiomatizar la geometría, Gauss con sus contribuciones a la teoría de números Álgebra, entre otros; Isaac Newton para crear cálculo diferencial y explicar las leyes de la Física, Albert Einstein tuvo la necesidad de crear su geometría diferencial, para explicar su teoría de la Relatividad General: sin estos valiosos aportes no se hubiese desarrollado la Matemática, Ciencia y Tecnología.

En cuando al grado de desarrollo de la creatividad matemática, debemos suponer que se presentan los siguientes niveles: Nivel de iniciación a la creatividad, nivel bueno aceptable creativo y nivel óptimo de creatividad en los estudiantes de acuerdo como van logrando estos niveles, se tendrá como referencia para evaluar su capacidad creativa.

2.2.2.2. Algunas concepciones de creatividad

Sin entrar a la discusión de la definición conceptual de creatividad por ser complejo.

Con una aproximación concreta la creatividad se puede concebir como la aptitud o capacidad mental que posee una persona para inventar algo desconocido por otras personas y que tenga aceptación y relevancia, estas cosas nuevas como resultado de la creatividad puede ser en forma abstracta o concreta.

Creatividad como proceso de producción de resultados desconocidos, siendo dicho producto valiosa y novedosa

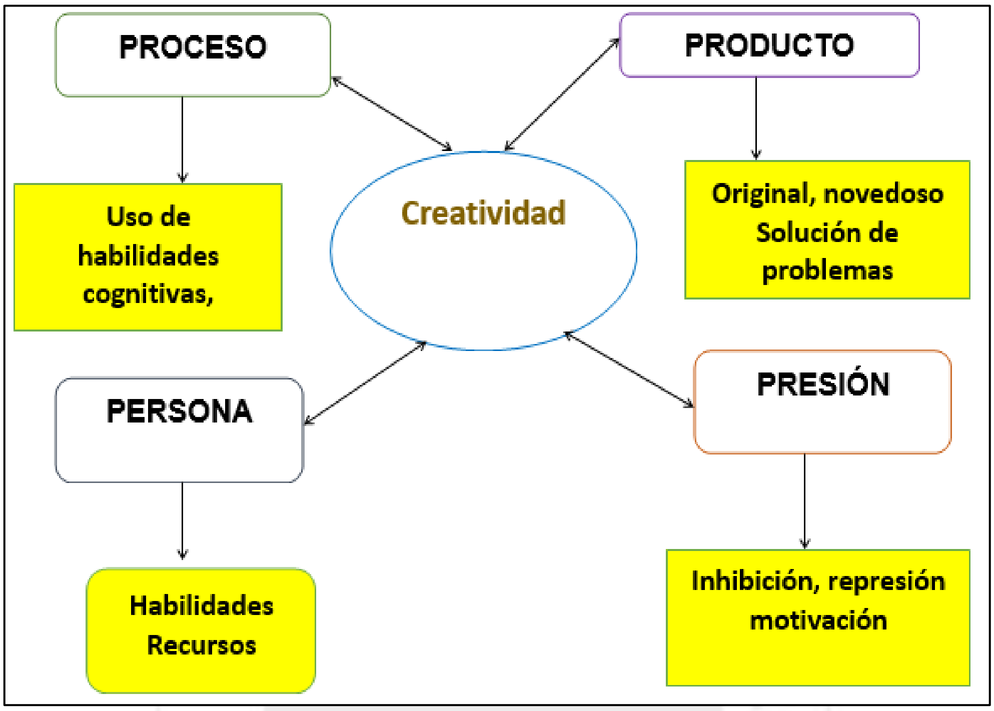
Creatividad como la capacidad o aptitud para generar nuevas ideas útiles o relevantes y luego socializarlas.

La creatividad como habilidad para inventar algo nuevo que tenga un impacto en la sociedad

Aún existen personas que creen que la creatividad es una cualidad sólo de algunos cuantos, tampoco pretendemos llamar creatividad a cualquier cosa, cualquier acción o cualquier producto (Olena). Es en este sentido, la creatividad debe tener un valor significativo y trascendente.

Figura 1

Aproximación al concepto de creatividad



Fuente: *Autoría propia.*

Pero estas cosas novedosas son producto de la actividad creativa deben tener un impacto social, un significado valioso y útil tanto para la persona o familia, en su ámbito profesional y laboral, porque no decir para la sociedad local, regional, nacional y mundial.

Así mismo, varios señalan que la creatividad no solo es un don de pocas personas privilegiadas con alto nivel de inteligencia, todas las personas somos creativos de acuerdo a los niveles desarrollados y de la voluntad de dirigir continuamente nuestras acciones en pro de la creatividad.

2.2.3. La cultura de la creatividad matemática

La creatividad matemática es vista como la capacidad y proceso de inventar o producir ideas nuevas y originales de la matemática.

En la medida cómo los actores educativos docentes y estudiantes de matemática o de la educación matemática asumen su accionar para el fomento y la práctica de la creatividad, entonces la educación matemática empezará a construir un mejor desarrollo y un mejor futuro, que beneficiará al desarrollo de la ciencia y tecnología; así mismo, con la creatividad se promueve desarrollar un gran número de talentos.

Necesitamos desarrollar y promover la práctica permanente a fin de que los actores académicos internalicen la cultura de la creatividad matemática con el objetivo de potenciar las capacidades académicas, investigativas, formativas y convertir a las estudiantes en actores activos con talento para innovar y transformar. Mediante acciones de creatividad, los actores académicos estudiantes y docentes han de lograr capacidades didácticas creativas para el logro de aprendizajes significativos y de manera permanente comprometidos con las acciones de creatividad.

"Si se fundamenta la enseñanza en los principios de la creatividad el alumnado mostrará más seguridad y confianza para resolver 'problemas' durante su proceso de aprendizaje "(Campos, 2015, p.31).

2.2.4. Innovación, didáctica y creatividad

La innovación se puede concebir como un proceso de introducir algo nuevo para producir cambios, mejoras sustantivas y transformaciones, pasando de una realidad existente a otra que tenga una trascendencia, calidad y significado valioso según las expectativas y objetivos. Un soporte para innovar es la capacidad creativa de las personas que actúan para los procesos de innovación.

La didáctica nos proporciona los fundamentos que guían los procesos de enseñanza aprendizaje de los alumnos en todos los niveles educativos. Si deseamos que se produzcan éxitos de aprendizaje, es necesario que los docentes como facilitadores y formadores estén preparados en el conocimiento profundo de los fundamentos de la didáctica y la creatividad, las formas de intervención docente dirigido a desarrollar de manera efectiva la creatividad en sus alumnos en el dictado de sus asignaturas, en la investigación formativa y en otras acciones educativas.

La creatividad y resolución de problemas se constituyen en aptitudes e instrumentos para innovar y construir nuevos conocimientos y para optimizar el pensamiento matemático; así mismo, el proceso de resolución de problemas viene acompañado con las estrategias didácticas que ayudan a tratar de encontrar la solución del problema.

2.2.5. Creatividad un reto del siglo XXI

A través de la historia de la humanidad, siglos tras siglos las sociedades del mundo se han desarrollado a través de inventos novedosos, innovaciones producto de la acción creativa de sus pensadores y promotores de cambios, transformaciones en diversos aspectos como la industria, el arte y la cultura, la música, la educación, la tecnología digital, la robótica entre algunos; a medida como los países alcanzan un cierto nivel de desarrollo, se les cataloga como países desarrollados o de primer mundo, países en vías de desarrollo y subdesarrollados u otras denominaciones que se le pueden dar. En este sentido, el fomento de la creatividad en los niveles educativos debe constituir un elemento valioso para mejorar los procesos formativos, el desarrollo y producción del talento humano, así tener más posibilidades de éxito que resuelva problemas del presente siglo XXI.

Dejar de incentivar la creatividad en los educandos sería un error, más aún los docentes cuya función es la formación integral de sus estudiantes, son los llamados en investigar los aspectos facilitadores para el desarrollo de su creatividad propia y de sus estudiantes, como consecuencia de ello, les permitirá optar y actuar por la creatividad, la innovación tanto en lo académico, pedagógico.

Del mismo modo, llevando la idea de creatividad al ámbito educativo, la necesidad de motivar a los alumnos sobre la importancia que tiene la creatividad y las expectativas que deben tener para el presente y futuro, pensando siempre en la competencia de ciencia en la calidad formativa, y que asuman actitudes de creatividad en las escuelas y en otros niveles educativos. Los docentes como facilitadores de la formación, deben asumir el reto en la construcción planificación y realización de actividades de creatividad en sus cursos, construcción de actividades y procesos o metodologías didácticas adecuadas y pertinentes para el fomento de la creatividad en los alumnos donde los mismos alumnos intervengan en su desarrollo creativo a través de talleres grupales o en tareas de investigación.

De la Torre y Violant (2003) sostienen:

El siglo XIX fue el siglo de industrialización y el siglo XX el siglo de los avances científicos y de la sociedad del conocimiento, el siglo XXI está llamado a ser *el siglo de la creatividad*, no por conveniencia de unos cuantos, sino por exigencia de encontrar ideas y soluciones nuevas a los muchos problemas que se plantean en una sociedad de cambios acelerados, adversidades y violencia social (p. 12).

Así mismo, dichos autores consideran a la creatividad como un bien social, una decisión y un reto de futuro del presente siglo. Por ello, formar en creatividad es apostar por un futuro de progreso de justicia, tolerancia y de convivencia. Creatividad es hacer algo nuevo para bien de los demás.

2.2.6. Necesidades y ventajas de la creatividad

- La creatividad requiere que las personas tengan una riqueza de conocimientos que faciliten los procesos creativos: en la medida que el hombre adquiere sólidos conocimientos, se familiariza mejor con la disciplina, con los temas y problemas
- Es una aptitud o cualidad humana como ser pensante por excelencia.
- Induce el uso del ingenio, imaginación.
- Sirve para introducir algo novedoso y útil de relevancia en la comunidad de su contexto social.
- Orienta la producción de cambio, las innovaciones y transformaciones.

- Facilita el estudio e investigación, para analizar, y obtener resultados, difundirlos para provecho de la comunidad intelectual.
- Orienta a desarrollar la capacidad de razonamiento.
- Promueve entusiasmo, actitudes reflexivas y positivas.
- Promueve la formación de talentos humanos, personas competentes como agentes de cambio.
- Es un soporte de la invención y de la resolución de problemas.
- Es base para orientarse hacia la meta cognición.
- La creatividad de la persona evoluciona en el tiempo de acuerdo a la experiencia, motivación y el apego a la creatividad.

A la par con las ideas de De la Torre (2003), la creatividad se considera importante para el ser humano como constructor de sus propias capacidades intelectuales, el ingenio, habilidades y actitudes de su realización como persona; así mismo, la creatividad es un bien social, que debe utilizarse para el desarrollo social y orientarse a un futuro mejor de la comunidad local, regional y del país. La creatividad también es un valor social para la mejora de la educación.

La afectividad emocional es otro de los factores que facilitan tener capacidad creativa de las personas, así como el manejo de conocimientos de una disciplina, dominio de procesos cognitivos y metacognitivos, destrezas y habilidades de razonamiento, análisis y síntesis, flexibilidad cognitiva, fluidez y exploración,

2.3. ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS Y METODOLÓGICAS PARA EL DESARROLLO DE LA CREATIVIDAD MATEMÁTICA

2.3.1. Estrategias de creatividad matemática

Los objetivos dirigidos a fomentar la creatividad deben estar reflejados en todas sus etapas y componentes, como: planeación de contenidos, estrategias mediadoras, ambientes educativos, en la interacción dentro del aula de clase, en el proceso de evaluación, etcétera.

El asunto de la formación docente en creatividad adquiere una importancia primordial. De la Torre y Violant (2003) plantean: "la formación docente en creatividad se refleja en la metodología utilizada y los resultados creativos de sus alumnos. La creatividad docente se manifiesta en la propuesta de objetivos didácticos, en las actividades de aprendizaje, en la evaluación" (p. 162).

Precisamente, la metodología utilizada por los docentes constituye el asunto clave en la orientación del proceso educativo hacia la creatividad. Una forma didáctica en promover la creatividad de manera activa entre los estudiantes y el profesor es el desarrollo de talleres de creatividad grupales e individuales en el aula de clase. Por ejemplo, si el tema de estudio es el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales, el profesor, en el taller pedirá a sus alumnos que inventen problemas del contexto real en el cual se llega a la construcción de sistemas de ecuaciones lineales con dos o tres incógnitas: esta actividad se puede realizar tanto en el nivel secundario y superior. Así mismo, también se pude dejar tareas sobre creatividad matemática y en las siguientes clases pedirles el respectivo informe. Para tal fin, el docente debe estar capacitado en temas de creatividad matemática, garantizando ambientes creativos, con estímulo, afecto, confianza en sus capacidades, y de optimismo de sus alumnos y alumnas, que son necesarias para la acción creativa.

La creatividad no se enseña, sino se promueve, estimula mediante la implementación de ambientes favorables, mostrando entusiasmo y confianza en la tarea de sí se puede pensar y actuar para la actividad autónoma creativa en los educandos.

2.3.2. Capacidades y competencias del maestro creativo

Con la finalidad de que los procesos de enseñanza aprendizaje de los educandos sea una acción significativa y paralelamente se estimule la creatividad, es de necesidad urgente que los docentes adquieran algunas competencias que les permite con la misión de formar personas que se orienten actuar creativamente. Para esto Menchén (2008) plantea las siguientes cinco funciones.

- El docente como especie de entrenador de un equipo deportivo. Asume su liderazgo pedagógico, orientando y motivando dirigidos al desarrollo máximo de las capacidades y potencialidades de sus educandos.
- La función docente al estilo de un arquitecto. Significa construir el futuro en base a un programa de formación tomando en cuenta los cambios y las necesidades del contexto social. El maestro diseña un plan de sesión o un proyecto con una debida estructuración y organización para establecer las propuestas estratégicas para la puesta en marcha del plan, con una perspectiva o visión nueva dirigidos a la mejora de los aprendizajes o rendimiento académico, haciendo que sus educandos sean activos y participativos de sus aprendizajes, innovando y creando valor agregado, usando los recursos necesarios pertinentes
- El docente debe desempeñarse como un promotor de la creatividad. Con capacidad de influir en sus alumnos para que se decidan a fortalecer su potencial creativo en el que dispone por parte de su yo personal y en su inteligencia.
- La función docente, como facilitador de la construcción de conocimiento, evitando el aprendizaje memorístico o repetitivo y mecánico, como constructor debe lograr aprendizajes significativos en sus estudiantes, debe ser capaz de fomentar en sus alumnos ser activos y autónomos en la construcción de su aprendizaje, bajo el axioma de aprender haciendo.

- El docente como promotor de la creatividad, es motivador y trasmite entusiasmo para impulsar las acciones de creatividad en sus educandos; debe ser consciente que dicha tarea no es fácil, es posible que al principio no obtenga los resultados esperados, se les pueden presentar dificultades y resistencias en actuar por la creatividad; en la medida que el maestro muestra perseverancia y encuentre las formas y caminos, los motiva y los convence sobre la importancia de crear o inventar algo, logrará actitudes positivas de más estudiantes hacia la creatividad matemática.

Por ejemplo, para desarrollar la capacidad creativa de los niños y niños del nivel de educación primaria relacionados con la geometría elemental básica, no sería recomendable pedirles que hagan un bosquejo de la demostración del teorema de Pitágoras, más bien se les puede pedir que construyan triángulos rectángulos en el que el docente ya conoce como los triángulos pitagóricos conocidos, en los siguientes casos:

- De catetos que miden 3 y 4 unidades respectivamente, luego que miden el lado mayor
- De catetos 6 y 8 unidades respectivamente. luego que midan el lado mayor
- De catetos 5 y 12 unidades respectivamente y luego midan el lado mayor

Más aún para despertar el interés por la creatividad en la geometría, se les puede dejar como tarea elaborar materiales didácticos con los datos de los tres casos anteriores.

Por el contrario, esta misma tarea sí es posible dar en el nivel de educación secundaria incluso a nivel superior, y la tarea de creatividad podría ser en los siguientes términos:

Si a y b son las medidas de los catetos de un triángulo rectángulo y c es la medida de su hipotenusa, haga un bosquejo para demostrar $c^2 = a^2 + b^2$ (esta es conocida como el teorema de Pitágoras).

Para ello, el maestro les dará un tiempo prudencial, y a medida que el o los alumnos(as) presentan dificultades en deducir la igualdad, el maestro estará en condiciones de darles algunas ‘pistas’ o sugerencias como construcción de cuadrados y algo más.

Por todo ello, el maestro al fomentar la creatividad de sus alumnos y alumnas logrando resultados exitosos ya dominan otra competencia a la que se le llama competencia de promover la creatividad.

- La función innovadora. Con el soporte de la creatividad le servirá para producir cambios cualitativos, en este sentido el docente será capaz de innovar en los saberes académicos y en procesos didácticos de la matemática. De esta manera la innovación se convierte en un soporte valioso para la creatividad y que además contribuye a la formación y desarrollo del educando.

El cambio de paradigmas y tener actitudes innovadoras y positivas convierta a los docentes en un profesional competente agente de cambio, que promueve el desarrollo del talento humano, que busca innovar de manera continua, con capacidad para incentivar a los alumnos a elaborar materiales didácticos afín a los temas de estudio, el manejo y uso de las herramientas informáticas como elemento auxiliar.

2.3.3. El fomento de la creatividad

Corresponde el fomento de la creatividad a los docentes para despertar también el interés de la creatividad de sus alumnos. Es posible que algunos de los alumnos o alumnas tengan desánimo por la creatividad en el momento de no saber cómo empezar la experiencia creativa o cuando tienen dificultades al no lograr el producto creativo que les plantea el docente.

Para eso, como señala Sequera (2008) todo docente tendrá que desarrollar las siguientes características propias:

- La acción creativa debe ser experimentada y mejorada de manera continua, para formar alumnos con otra visión.
- Desarrollar la creatividad desde un punto de vista multidimensional.
- Fomentar la creatividad, asumir un compromiso y actitudes positivas creativas como soporte valioso del aprendizaje.
- Fortalecer una conducta flexible, ser analíticos y perseverantes
- Mostrar empatía y consideración con los educandos, levantando la moral y actitud creativa, bajo el lema sí se puede.
- Confiar en la capacidad de sus educandos y confía en el potencial creativo, realiza la enseñanza activa y participativa
- Buscar estrategias que faciliten el desarrollo de su capacidad creativa, convencer que tan útil es dedicarse a la creatividad y cuyos resultados no solo sirven en la escuela, sino en otros ámbitos de la vida.
- Hacer que los alumnos tengan autonomía con libertad en la construcción de su aprendizaje.

2.3.4. Evaluación de la creatividad

El objetivo de evaluar la creatividad matemática en los educandos consiste en recoger información valiosa sobre el progreso y resultados de aprendizaje así como del potencial creativo que van desarrollando los educandos en base a criterios confiables establecidos que les permite a los docentes el uso de técnicas y procedimientos de evaluación coherentes, basados en la componentes de creatividad relacionados con: la fluidez, capacidad de diseño y la planificación de la acción creativa, habilidades en el proceso creativo, la flexibilidad y originalidad de la conducta creativa. Para tal fin, previamente se deberá explorar los criterios evaluativos que impliquen evaluar con mayor certeza la creatividad.

Toda actividad creativa que no termina en la respectiva evaluación de las capacidades creativas de algún tema o punto de la matemática pierde su sentido de valor, en este sentido, los docentes tienen que asumir el compromiso de evaluar los planteamientos, los procesos y resultados de la creatividad. En este sentido, planteamos la necesidad de cambiar la forma de evaluación tradicional memorista hacia nueva forma para generar estrategias de evaluación creativa que sea concordante con lo que realmente se quiere que los alumnos aprendan y crean; además el docente ha de innovar, reinventar y experimentar nuevas prácticas evaluativas.

2.4. LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

2.4.1. Problemas de matemática

2.4.1.1. Ideas sobre ejercicio y problema

En la enseñanza de la matemática en el que algunos llaman la enseñanza tradicional, la mayoría de los docentes acostumbran a exponer un tema empezando con las definiciones, luego continúa presentando ejemplo o ejercicio, para finalmente presentar una aplicación enunciando un problema.

Un ejercicio constituye una actividad de hallar una solución en base a conceptos ya conocidos y con el uso de algoritmos.

Un problema es una situación compleja donde se requiere la construcción de metodologías y procedimientos, la imaginación creativa para encontrar la solución.

- Resolver la ecuación $5x + 3 = 13$ se considera un ejercicio.
- Hallar el volumen máximo de un paralelepípedo cuyos lados miden a, b, c y cuya suma es 12, es un problema.

Así mismo, se construyen problemas del contexto real que permite motivar a los educandos a una mayor identificación con la matemática.

Como uno de los medios que facilitan al desarrollo del pensamiento creativo en la actividad de enseñanza aprendizaje, el uso de la metodología activa y el de resolución de problemas buscando situaciones que permiten relacionar un tema matemático de estudio con su aplicación en el contexto real, de manera que el docente actúa como guía con la debida motivación, incentivándole y ubicando a los estudiantes en un sitial activo, reflexivos de su aprendizaje y críticos que favorecen a aprender mejor, el progresivo desarrollo de habilidades, destrezas y de este modo familiarizarse con la creatividad y resolución de problemas y la deducción.

2.4.2. La enseñanza de la matemática por resolución de problemas

Según muchos pensadores o especialistas preocupados en dar ideas para mejorar el aprendizaje de la matemática consideran que una de las formas que ayudan al profesor a fortalecer la enseñanza es por la utilización del método de resolución de problemas el cual sirve de alguna manera a desarrollar en el estudiante su creatividad y autonomía para aprender matemática y tomar actitudes favorables sobre la importancia de dedicarse a la resolución de problemas.

Como sostienen Rodríguez y Pineda (2009), “la enseñanza mediante problemas se ha convertido en una de las alternativas pedagógicas más importantes de nuestro tiempo. Constituye una nueva práctica pedagógica que perfila, la forma de ser del maestro y de unas nuevas relaciones con el saber” (p. 27).

Así mismo, la enseñanza por resolución de problemas incide en el desarrollo de la capacidad de abstracción y razonamiento, rigor en el conocimiento matemático, la capacidad de estructuración de ideas para una mejor argumentación, la orientación en la resolución de problemas en relación con las cosas reales que se les presentan en la vida o lo que muchos llaman en el contexto social y cultural, bajo esta perspectiva, por ejemplo como ilustración, si deseamos potenciar el aprendizaje de la estadística en el nivel básico de primaria o de secundaria, el profesor puede dar como tarea, que cada alumno debe traer en la próxima clase un recibo de luz, que les permite hacer una interpretación estadística de los datos del recibo. De esta manera el estudiante mediante la resolución de problemas mejora su formación y su concepción científica de la realidad.

3. RESULTADOS Y POPUESTA DE MODELOS APLICATIVOS CREATIVOS

3.1. Fundamentación

Dado el carácter del problema de investigación adoptando el enfoque mixto: cualitativo y cuantitativo; buscamos la respectiva información teórica relacionada con la creatividad, estrategias didácticas y la resolución de problemas. La información relevante seleccionada para la teoría fundamentada sirve de sustento para la construcción de las respectivas estrategias y para construir ejemplos aplicativos sobre la creatividad matemática.

3.2. Reflexiones sobre los principios, fundamentos y la utilidad de la creatividad

Conocer los fundamentos sobre creatividad es una exigencia primordial que deben asumir la mayoría de docentes universitarios como formadores de educadores de Matemática; el término creatividad son palabras claves que constituyen herramientas valiosas para la transformación y el desarrollo de la educación matemática. Por otro lado, la dedicación y la actitud perseverante de los miembros de una organización, constituyen también un soporte del fomento de la innovación y creatividad en una organización inteligente que logra su desarrollo.

Sequera (2007) en su trabajo construyó un instrumento para reconocer creatividad del docente de matemática en el nivel de educación primaria, además dando entender la importancia de la creatividad en la formación docente y en una situación concreta, como estudio de caso, tanto en cuanto a la creatividad como proceso y como producto; identificar el potencial creativo, el conocimiento didáctico y establecer los aspectos que relacionan la creatividad con educación matemática.

3.2.1. La creatividad en la formación de profesores

Al referirnos a los aspectos esenciales requeridos para una preparación de profesionales de la educación, se considera a la creatividad como una herramienta esencial o útil en la que no debemos dejar de lado, más bien, todos los actores académicos somos los llamados en dirigirnos al fomento o incentivo para realizar prácticas creativas en los procesos de enseñanza – aprendizaje en evaluaciones e investigación.

En los momentos actuales, la formación de profesionales en las instituciones universitarias requiere de adoptar cambios y realizar transformaciones, acciones que garanticen la formación integral de sus estudiantes. En este sentido, en el contexto de la UNE E G y V, institución universitaria cuya misión es la formación de profesionales de la educación en particular, debe asumir su rol preponderante de dirigir sus procesos formativos donde se promueva y se trabaje en base a la calidad universitaria para formar educadores competentes, innovadores y creativos. En este sentido, los docentes universitarios son los llamados a investigar y actualizarse en temas sobre creatividad; como consecuencia de ello, le va a permitir ejercer una influencia en el desarrollo de la creatividad de sus estudiantes en su actividad de enseñanza-aprendizaje.

Si un profesor es creativo, en su desempeño docente en el aula será capaz en dirigir su enseñanza incentivando a sus alumnos y alumnas en poner en práctica ciertas actividades de creatividad sobre la materia que enseña.

3.2.2. Creatividad y crear

Debemos indicar que crear es sinónimo de inventar algo desconocido por lo demás y creatividad es la capacidad de las personas para crear lo novedoso, original y útil en un sentido positivo.

Así mismo, debemos destacar la importancia de la creatividad y que es primordial y de suma utilidad en todos los aspectos de la actividad humana, sin creatividad no se hubiesen producido grandes cambios, innovaciones, reformas y progreso a través de la historia que han producidos grandes transformaciones de orden cultural, científico-tecnológico, económico y educativo, cuyos aporten creativos han contribuido al desarrollo de las sociedades y cambio de vida

3.2.3. Importancia y ventajas de la creatividad

- La creatividad requiere que las personas tengan una riqueza de conocimientos que faciliten los procesos creativos en la medida que el hombre adquiere sólidos conocimientos, se familiariza mejor con la disciplina, con los temas y problemas.
- Tiene como soporte la aptitud o cualidad humana como ser pensante para producir ideas nuevas.
- Induce el uso del ingenio e imaginación.
- Sirve para introducir algo novedoso y útil de relevancia en la comunidad de su contexto social.
- Orienta la producción de cambio, las innovaciones y transformaciones.
- Facilita el estudio e investigación para analizar y obtener resultados para difundirlos en provecho de la comunidad intelectual.
- Orienta a desarrollar la capacidad de razonamiento.
- Promueve el entusiasmo, actitudes reflexivas y positivas.
- Promueve la formación de talentos humanos, personas competentes como agentes de cambio.
- Es un soporte de la invención y de la resolución de problemas.
- Es base para orientarse hacia la meta cognición.
- La creatividad de la persona evoluciona en el tiempo de acuerdo con la experiencia, motivación y el apego a la creatividad.

Considerando que la educación matemática se centra en el desarrollo del pensamiento matemático así mismo con fines formativos y aplicativos de la matemática, también la educación matemática debe promover una actitud creativa científica en sus educandos; en este sentido, no se puede mejorar la calidad de la educación matemática, el potencial matemático de los alumnos dejando de lado la creatividad, además, la creatividad se constituye como soporte de la mejora de la calidad de la educación, en particular, de la educación matemática.

Es difícil crear si no se tiene los conocimientos matemáticos suficientes y no se tiene una actitud decidida y entusiasmo para crear.

Los conceptos de la matemática están íntimamente relacionados con la creatividad, es por ello gracias a los conocimientos matemáticos, el desarrollo del pensamiento y la construcción creativa de modelos matemáticos, esta disciplina ha tenido un avance que constituye un soporte para el desarrollo de la ciencia, tecnologías digitales y de la educación matemática.

3.3. La Resolución de problemas

3.3.1. Ideas sobre ejercicio y problema

En la tarea de poder explicar las ideas de ejercicio o problema, Rodríguez y Pineda (2009) destaca la idea de D´Amore y Zan (2006) los investigadores italianos establecieron una sensata distinción que ha entrado en la práctica didáctica contemporánea, entre ejercicio y problema:

- Se tiene un ejercicio, cuando la resolución prevé que se tengan que utilizar reglas y procedimientos ya aprendidos, aunque aún en vías de consolidación. Por lo que los ejercicios entran en la categoría de las pruebas con objetivos de verificación inmediata o de refuerzo.
- En cambio, se tiene un problema cuando una o más reglas, o uno o más procedimientos, no son todavía bagaje cognitivo del resoluto; algunas de ellas, en esa ocasión, podrían estar precisamente en vías de explicitación; a veces es la misma sucesión de las operaciones por utilizar, la que requiere un acto creativo por parte del resoluto.

Estas afirmaciones involucran hechos ligados a actitudes relacionales estudiante-maestro-saber enseñados y saber por enseñar. Quiere decir que no es el texto el que constituye un ejercicio o problema sino algo más global ligado a situaciones didácticas, capacidades individuales y otros factores entre los cuales se halla la intención y el nivel escolar.

Por oro to lado, Rodríguez (2009) sigue sosteniendo: “Otro gran matemático, David Hilbert, afirma, así como todo afán humano persigue determinados objetivos, así también la investigación matemática requiere sus problemas. Es a través de la solución de problemas que el investigador pone a prueba el temple de acero; él encuentra nuevos métodos y nuevas perspectivas, y conquista un horizonte más vasto y más libre” (p.29).

Según Lorenzo Blanco recogiendo las ideas de Royo considera que *la resolución de problemas no debe ser un complemento aparte del aprendizaje de la matemática, de lo contrario debe ser parte y paralelo a los procesos de aprendizaje*, así mismo, pues con la resolución de problemas, se garantiza el pensar y razonar matemáticamente, de ahí la importancia de resolver problemas.

La resolución de problemas se convierte en un eje articulador de los temas de la matemática con la capacidad de razonamiento, comprensión, interpretación, actitudes y bien llevado como elementos de la competencia matemática en que desarrollen los alumnos.

3.4. Estrategias didácticas de creatividad: estrategias para promover la creatividad en matemáticas

3.4.1. Estrategia

La estrategia se puede concebir como una actividad mental que orienta las rutas y acciones para el logro de los objetivos o para solucionar problemas.

La palabra estrategia está relacionado a expresiones como: “astuto y engañoso”, “maniobras”, “diseño”,” planificar”, “astucia”, “diestra maniobra”, “ajustes inmediatos”, “metódicamente”, “cálculo preciso”, “acciones ordenadas”, “logro de resultados previstos”, “hecho con eficacia”, “acciones organizadas”, “trabajo metódico”

Por otro lado, tenemos, que en el concepto general de estrategia intervienen términos comunes tales como: “orden”, “logros”, “eficacia”, “eficiencia”, “secuencia”,” organización”, “planificación”, “método”, “técnica”, “procedimiento”, “actividades”, “táctica”, “objetivos”, “metas”, “tareas”, “diseño”, “reglas”, etc. Antes de dar una definición aproximada de estrategia destacamos algunos rasgos de las estrategias: las estrategias son prácticas, sirven para actuar. Son actividades secuenciadas, es decir que hay orden y siempre tiene objetivos que cumplir y se ejecuta en un tiempo determinado. Es importante tener cuenta que todos tenemos estrategias cuando actuamos.

La estrategia se genera en el enfrentamiento, en la competencia, por eso es importante tenerlo en cuenta.

Se habla de diferentes tipos de estrategia, así como: estrategias de pensamiento, militares, empresariales, políticas, correctas o equivocadas, coyunturales, generales, de enseñanza, aprendizaje y didácticas.

“Algunas concepciones sobre estrategia no es más que un orden concreto de representaciones (visuales, auditivas, olfativas, gustativas) que produce un resultado concreto” (Robbins, 2005, p. 163). El mismo autor amplía el concepto cuando dice “que una estrategia es la secuencia de representaciones internas, mediante las cuales una persona puede realizar una tarea determinada”.

Las estrategias que usa el profesor en el proceso de enseñanza aprendizaje se convierten en un elemento útil y decisivo para facilitar el aprendizaje de los educandos y para desarrollar las respectivas capacidades o competencias.

3.4.2. Estrategias para promover la creatividad en matemática

Proponemos diferentes estrategias para la creatividad en matemáticas.

3.4.2.1. Estrategia: Matemáticos notables

Revisar los trabajos notables de los matemáticos y mostrar su contribución original en un área determinada. En este proceso se tiene una idea de quienes hacen creatividad y se conoce el producto de su creatividad.

Estructura de la estrategia.

- Registrar la relación de cinco matemáticos modernos.
- Registrar, de un matemático, el proceso de su formación académica y dónde enseñó.
- Registrar el área de la matemática, donde hizo sus aportes.
- Registrar publicaciones notables y la contribución esencial al área de la matemática.
- **Formación académica.** Bernhard Riemann, matemático y físico alemán. Ingresó a la Universidad de Gotinga con la intención de estudiar filosofía y teología, pero le ganó su vocación matemática. En 1849 preparó su tesis doctoral bajo la asesoría de Gauss, en la universidad de Gotinga y sustentó en 1851. En su tesis define las superficies que hoy llevan su nombre y da forma moderna a la topología.
- **Área de la matemática.** En su tesis estudia las funciones como deformaciones en el plano euclídeo, pertenece al área del cálculo de variable compleja. Riemann asociaba a cada función una superficie y reparaba en las propiedades que se conservan cuando las superficies son deformadas por acción de las funciones y así generó uno de los conceptos esenciales de la topología. Así la topología se transforma en el estudio de las propiedades que se conservan (invariantes) por la aplicación de las deformaciones bicontinuas. Riemann fue el primero en indicar el objeto de estudio de la topología.
- **Publicaciones notables.** En 1857 publica “Teoría de las funciones abelianas”. En 1868 publica “Integral de Riemann”.

3.4.2.2. Estrategias didácticas de creatividad matemática

- Planificar y presentar una situación matemática interesante desconocida.
- Reflexionar si la situación planteada es pertinente para continuar con las acciones de creatividad.
- Preguntarse qué conceptos matemáticos previos son necesarios y que se utilizarán para producir algo novedoso.
- Seleccionar cuáles de estos conceptos previos nos ayudan a lograr el posible resultado de la acción creativa.

- Razonar posibilidades, procedimientos usando el ingenio y la imaginación que facilite producir conocimiento original o resolver un problema abierto (no resuelto)
- Usar teorías y el lenguaje matemático en el proceso creativo.
- Pensar sobre los aportes afines al problema dados por matemáticos notables
- Reflexionar si lo creado es desconocido y relevante.
- Explicar, argumentar y socializar lo creado.
- Si aún no se consigue resultado del proceso creativo, se continúa agotando posibilidades y otras estrategias

3.5. Estrategia. Resolución de problemas o aprendizaje basado en la resolución de problemas (ABP)

Es considerado como un enfoque o metodología para enseñar y aprender matemáticas, surgió a consecuencia del crecimiento explosivo de la información y la innovación tecnológica.

Estructura:

Estructura inicial, propuesta por G. Polya.

- Comprender el problema: siete interrogantes o preguntas.
- Concebir un plan: seis interrogantes o preguntas.
- Ejecución del plan: dos interrogantes o preguntas.
- Examinar la solución: cinco interrogantes o preguntas.

Estructura moderna: Considera ocho pasos.

- Leer y analizar el escenario del problema
- Realizar una lluvia de ideas.
- Hacer una lista de aquello que se conoce.
- Hacer una lista de aquello que se desconoce.
- Hacer una lista de aquello que se necesita para resolver el problema.
- Definir el problema
- Obtener información
- Presentar resultados.

3.5.1 Estrategia. Formulación de interrogantes

Teniendo el enunciado de un objeto matemático, formular cinco interrogantes respecto a la esencia del objeto.

Estructura:

- ¿cómo…..?
- ¿con qué….?
- ¿Cuál…?
- ¿por qué…?
- ¿cuántos…?

3.5.2. Estrategia. Lectura de un texto de matemática

Revisa todo el contenido del texto y registra datos.

Estructura:

- Inicio: registra todos los conceptos conocidos y no conocidos.
- Registra comunicaciones de la actividad diaria, donde se utiliza los conceptos en sentido variado.
- Registra en números lo siguiente:
  - Número de conceptos no definidos.
  - Número de conceptos definidos.
  - Número de axiomas.
  - Número de teoremas.
  - Número de problemas resueltos.
  - Numero de problemas propuestos.

3.5.3. Estrategia. Premios notables en matemáticas

Registrar los premios notables y las instituciones que otorgan.
Estructura:

- Registrar las instituciones matemáticas a nivel nacional e internacional.
- Registrar los congresos internacionales de matemáticas.
- Medalla Fields. Registrar ganadores.
- Registrar las instituciones que promueven la enseñanza de las matemáticas.
- Registrar otros premios en matemáticas.

3.5.4. Estrategia: Biografía científica de los matemáticos

Estudio de la vida académica de los matemáticos.
Estructura:

- Identificar un matemático.
- Registrar su formación académica.

- Identificar el área donde trabajó.
- Registrar su aporte original a la matemática.
- Registrar sus publicaciones y premios obtenidos.

3.5.5. Estrategia: Resolución de problemas

La estrategia, conocida hoy como ABP, aprendizaje basado en resolución de problemas, se puede definir como "un método de aprendizaje basado en el principio de usar problemas como punto de partida para la adquisición e integración de los nuevos conocimientos", registramos algunas características:

- Es una estrategia de enseñanza-aprendizaje, que se inicia con un problema real, en la que un equipo de estudiantes se reúne para hallar la solución
- El ABP basa su proceso de solución en el razonamiento hipotético deductivo (razonamiento propio de la matemática)
- El ABP tiene una esencia cognoscitiva, funciona en la transmisión de conocimientos y en clases expositivas. Prioriza el trabajo con conceptos abstractos sobre los ejemplos concretos y las aplicaciones.
- En el inicio del proceso, se plantea un conflicto cognitivo, es un planteamiento retador interesante y motivador-le interesa al estudiante para buscar la solución.
- El problema debe ser suficientemente complejo para adoptar el ABP y buscar la solución.
- El ABP está centrado en el estudiante, pero promueve un trabajo colaborativo en el grupo de estudiantes que participan en la solución del problema.
- El ABP estimula el trabajo en equipo y promueve el pensamiento crítico. Tiene un impacto en el desarrollo intelectual, científico, cultural y social del estudiante.
- El ABP promueve el aprenda a aprender en los estudiantes; es decir los estudiantes adquieren una conciencia metacognitiva y esto significa explicar el proceso se solución del problema.
- El ABP relaciona los objetivos del curso con situaciones de la vida real
- El ABP modifica roles del profesor y del estudiante, "el docente se convierte en un estratega", se dice, también; el docente es un facilitador del aprendizaje.
- El ABP debe fijar los objetivos de aprendizaje para diseñar las actividades del ABP. Los objetivos son los que se pretende hallar al resolver el problema, se "diseña las estrategias de aprendizaje"

3.5.5.1. Estructura del ABP

- Leer y analizar el escenario (o enunciado) del problema. Comprensión del problema.
- Realizar una lluvia de ideas. Indagar por las causas del problema y generar ideas de cómo resolver y determinar los posibles caminos.

- Presentar los conceptos relacionados con el problema, luego hacer una interpretación de los datos que nos proporciona el enunciado del problema
- Presentar los conceptos no conocidos y que se relacionan con el problema, es decir determinar la teoría que se necesita para analizar y para resolver el problema.
- Hacer una lista de actividades que facilita el trabajo de resolución del problema.
- Definir el problema. Significa explicar la naturaleza del problema. Expresar cómo resolver, probar o demostrar el problema.
- Obtener información. Interpretar información de otras fuentes teóricas, necesarios para la solución del problema.
- Presentar resultados. Resuelto el problema, se presentará un reporte sobre el proceso seguido para resolver el problema.

En matemática, cuando se habla de la resolución de problemas se hace referencia a George Pólya (1887-1985) matemático húngaro, hizo trabajos en matemáticas relacionados con su enseñanza y específicamente en la resolución de problemas. Es considerado el iniciador en el estudio. Él plantea la Resolución de Problemas como una serie de procedimientos que se utiliza para resolver problemas en cualquier campo de la vida diaria, el dice “lo central en la enseñanza de la matemática es desarrollar tácticas (estrategias) en la resolución de problemas”. Sugiere cuatro pasos para resolver un problema:1. Comprender el problema, 2. Concebir un plan, 3. Ejecutar un plan y 4. Examinar la solución.

Estructura:

- Comprender el Problema. Se comprende el problema formulando interrogantes:
  - ¿Cuál es incógnita?
  - ¿Cuáles son los datos?
  - ¿Cuál es la condición?
  - ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita?
  - ¿Es insuficiente?
  - ¿Es redundante?
  - ¿Es contradictoria?
- Concebir un plan. Hallar problemas semejantes y estudiar su estructura del proceso y también se formula interrogantes.
  - ¿Se ha encontrado con un problema semejante?
  - ¿Ha visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente?
  - ¿Conoce un problema relacionado?
  - ¿Conoce algún teorema que le pueda ser útil?

- ¿Podría enunciar el problema en otra forma?
- ¿Podría plantearlo en forma diferente nuevamente?

- Ejecución del plan. Delimitar la naturaleza del problema, puede ser demostrar (teorema) o hallar un valor en la proposición propuesta. También hay interrogantes.
  - ¿puede ver claramente el paso correcto?
  - ¿puede demostrarlo?
- Examinar la solución. Organizar el proceso seguido para hallar el resultado. Se muestra el proceso de razonamiento seguido para hallar la solución. Hay algunas interrogantes.
  - ¿Puede verificar el resultado?
  - ¿Puede verificar el razonamiento?
  - ¿Puede obtener el resultado en forma diferente?
  - ¿Puede verlo de golpe?
  - ¿Puede emplear el resultado o el método en algún otro problema?

3.6. Propuesta de procesos de invención y resolución de problemas de matemática

- Planificar y presentar una situación problemática matemática interesante desconocida, luego reflexionar si tal situación garantiza la originalidad.
- Tomar como referencia el contexto donde se desenvuelve e estudiante
- Reflexionar si la situación planteada es pertinente y de interés para la comunidad académica para continuar con las acciones de creatividad.
- Reflexionar si la situación problemática ayuda al aprendizaje significativo de la matemática.
- Preguntarse qué teorías y conceptos matemáticos previos son necesarios y que se utilizarán en el proceso de resolución del problema.
- Seleccionar cuáles de estos conceptos previos, propiedades, nos ayudan a lograr el posible resultado de la acción creativa.
- Razonar posibilidades, procedimientos usando el ingenio y la imaginación que facilite producir conocimiento original o resolver un problema abierto (no resuelto)
- Usar modelos matemáticos para interpretar y resolver el problema creado.
- Pensar sobre los aportes afines al problema dados por matemáticos notables
- Reflexionar nuevamente si lo creado es desconocido y relevante que tenga impacto en la comunidad intelectual de matemática.
- Explicar, argumentar y socializar lo creado.
- Si aún no se consigue resultado del proceso creativo, se continúa agotando otras posibilidades y otras estrategias.
- Evaluar autocríticamente el proceso y logro.

3.7. Resultados

3.7.1. Resultados de encuestas

Tabla 2

Datos numéricos de resultados de encuestas

N	Item1	Item2	Item3	Item4	Item5	Item6	Item7	Item8	Item9	Item10	Item11	Item12	Item13	Item14	Suma
1	3	2	3	3	3	4	2	3	2	3	4	2	3	3	40
2	3	3	3	4	5	2	1	3	2	2	3	3	1	3	38
3	2	4	4	3	3	2	2	2	3	3	3	3	3	3	40
4	4	4	4	3	4	2	3	2	3	2	3	3	5	4	46
5	3	4	3	3	5	4	3	3	4	4	1	1	5	3	46
6	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4	4	55
7	3	4	3	3	5	4	3	3	4	4	1	1	5	3	46
8	4	3	3	3	3	2	2	3	2	2	2	2	4	5	40
9	1	2	2	3	3	1	1	2	2	2	3	3	2	4	31
10	1	4	4	5	5	1	3	2	2	3	4	4	4	5	47
11	4	3	3	3	3	2	2	3	2	2	2	2	4	5	40
12	3	4	2	3	3	3	3	3	4	3	2	2	4	4	43
13	5	5	4	5	5	3	3	4	4	4	3	3	3	5	56
14	3	4	3	4	4	3	3	3	3	3	3	3	4	4	47
15	2	5	5	5	5	4	2	3	5	1	1	1	4	5	48
16	2	2	2	3	4	2	1	2	5	2	3	2	4	5	39
17	4	5	5	4	5	3	3	4	3	5	1	1	3	5	51
18	3	4	3	4	4	5	2	3	4	3	3	3	3	4	48
19	3	2	3	2	3	2	1	3	3	3	3	1	2-	5	36
20	3	3	1	4	4	1	1	2	5	2	1	1	2	5	35

EQUIVALENCIA DE TÉRMINOS EN LA ESCALA DE LÍKET

Totalmente de acuerdo = Muy alto

De acuerdo = Alto

Poco de acuerdo = Regular

Ni de acurdo, ni en desacuerdo = bajo

En desacuerdo = muy bajo

CÁLCULO DE NÚMERO DE INTERVALOS

Mínimo=31, Máximo =56 ⇒rango R= 25

Número de intervalos: k= 1 + 3.32 log (20), N= 20 datos

k= 1+ 3.32 (1,3010) ⇒k=5.31 (aprox **5**)

Longitud de cada intervalo c = $\frac{R}{K}$ = $\frac{25}{5.31}$ =4.7 (aprox **5**)

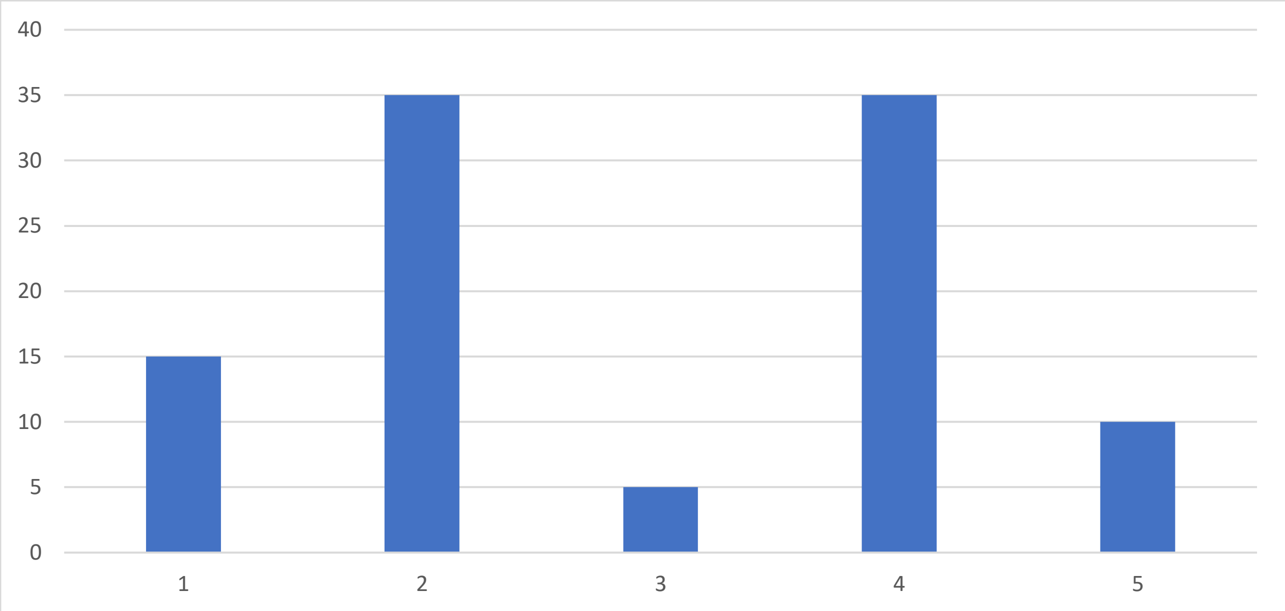
Tabla 3

Distribución de frecuencias

Niveles (ni)	Intervalos	fi	f%	$f_i\ n_i$	
Totalmente de acuerdo (5)	[51, 56]	3	15	15	
De acuerdo (4)	[46, 51 [	7	35	28	
Poco de acuerdo (3)	[41, 46 [	1	5	3	
Ni de acuerdo, ni en desacuerdo (2)	[36, 41[	7	35	14	
En desacuerdo (1)	[31, 36 [	2	10	2	
Suma		20	100%	$\sum fini = 62$	
				Media	$\overline{\boldsymbol{X}}$**=3.1**

Figura 2

Diagrama de barras resultados de la encuesta



Fuente: Elaboración propia.

3.7.2. Análisis de resultados de la encuesta

Los resultados de la encuesta a 20 estudiantes de matemática e informática sobre el estado actual del fomento de la creatividad y resolución de problemas, dieron como resultado los siguientes datos:

- El 10 % de encuestados opinan estar en desacuerdo con que los docentes realizan acciones de creatividad matemática y de resolución de problemas.

- El 35% de encuestados opinan ni están de acuerdo, ni están en desacuerdo con que los docentes realizan acciones de creatividad matemática y de resolución de problemas, es decir tienen dudas de haber percibido acciones de creatividad en sus clases.
- El 5% de los encuestados opinan estar poco de acuerdo con que los docentes realizan acciones de creatividad matemática y de resolución de problemas.
- El 35% de los encuestados opinan estar de acuerdo con que los docentes realizan acciones de creatividad matemática y de resolución de problemas.
- El 15% de encuestados opinan estar de acuerdo con que los docentes realizan acciones de creatividad y le dan la debida importancia de la creatividad como medio de invención y resolución de problemas.

► Como el promedio es $\bar{X}$ = 3.1, se debe concluir los encuestados en general opinan estar POCO DE ACUERDO con que los docentes realizan acciones de creatividad y la resolución de problemas.

3.8. Modelos aplicativos de creatividad matemática en el aula

El desarrollo de la creatividad matemática en los estudiantes que se forman como educadores necesita ser complementado con enseñar a formular problemas matemáticos originales que conciten interés; estos problemas deben adecuarse a los conceptos matemáticos que se enseña y a su aplicabilidad a contextos reales de acuerdo a los niveles educativos.

Una de las formas que son de utilidad para incentivar el desarrollo de la creatividad matemática en el aula de clase y en todos los niveles educativos, es la programación y realización de talleres de creatividad centradas principalmente en los siguientes aspectos.

3.8.1. Creatividad de reforzamiento epistemológico

Mediante el reforzamiento epistemológico o conceptual de la matemática le servirá al estudiante o alumno salir de los errores o dudas que siempre tienen los educandos, especialmente en el nivel primario y secundario; en tal sentido con dicho reforzamiento el alumno estará en condiciones para resolver problemas de la matemática.

Para esta primera finalidad, en el aula de clase el docente en el taller de creatividad puede plantear una situación conceptual matemática relacionado con los errores y obstáculos epistemológicos y psicológicos que se presentan en aprender un tema de matemática. Luego puede formar grupos de trabajo para estudiar y analizar dicha situación, si se presenta algunas dudas el docente debe darlos una pista evitando él resolver la situación. Para ello el docente fijará un tiempo prudencial para realizar dicha actividad; seguidamente cada representante de grupo presentará el informe respectivo de los resultados, con una discusión participativa que llegue en aclarar y reforzar el aprendizaje matemático.

Con el objetivo de contar con modelos de talleres que explican realizar talleres de reforzamiento, se escogió y planteó las dos situaciones siguientes:

3.8.1.1. Situación: diferencia de números enteros

En el nivel de educación secundaria comúnmente se presenta una situación conceptual u obstáculo didáctico en los alumnos o alumnos y alumnas acerca la diferencia de dos enteros positivos a y b con a menor que b. como caso particular para los enteros positivos a= 2, b=5

Es decir ¿cómo comprender que 2 - 5 = - 3?

En este caso el profesor debe pedirá hacer una indagación y análisis del cómo obtiene la respectiva diferencia que es -3

Se forman grupos de trabajo para resolver la situación planteada; luego del tiempo fijado, se pide los integrantes o representantes de cada grupo, informar o explicar sus procedimientos: al final se delibera con la guía del profesor.

En base a la experiencia, es posible que una buena parte de los alumnos responderán: cuando un entero positivo a es menor que otro entero positivo b, la diferencia a - b se obtiene cambiando de signo a la diferencia b-a, porque b-a existe en $\mathbb{N}$.

Con este argumento, para este caso, dados los enteros positivos.

a = 2, b= 5 en $\mathbb{Z}$, tendríamos 2 - 5 = - (5-2) = -(3) = -3

Además, comentan 5-2 = 3 en el conjunto $\mathbb{N}$ de números naturales porque 5 >2.

Pero es posible que algún alumno cuestiona al calcular a-b con la regla de arriba cuando a < b

Es posible que algún alumno afirma ese cálculo de la diferencia a-b es mecánico.

Si la mayoría consideran no tener idea para responder sobre la situación planteada, entonces el profesor tendrá que facilitar y aclarar la situación.

Continuando, para aclarar situación dada, también el profesor puede plantearse una situación general como sigue:

Dados dos números enteros positivos a y b con a < b; demuestre que se verifica:

a-b = -(b-a)

Para ello, el profesor deberá indicar a sus alumnos repasar las operaciones básicas y las respectivas propiedades que se verifican en el conjunto $\mathbb{Z}$ de los números enteros.

3.8.2. Resolución de problemas de matemática

Según Lorenzo Blanco recogiendo las ideas de Royo considera que la resolución de problemas no debe ser un complemento aparte del aprendizaje de la matemática, de lo contrario debe ser parte y paralelo a los procesos de aprendizaje, así mismo, pues con la resolución de problemas, se garantiza el pensar y razonar matemáticamente , de ahí la importancia de resolver problemas , además esta actividad de resolver problemas proporciona una posibilidad para organizar la diversidad de niveles existentes en el aula, es un marco propicio para organizar y gestionar el aprendizaje significativo, así como para el incentivo por el gusto de aprender y aplicar la matemática.

La resolución de problemas se convierte en un eje articulador de los temas de la matemática con la capacidad de razonamiento, comprensión, interpretación, actitudes y bien llevado como elementos de la competencia matemática en que desarrollen los alumnos.

Blanco y Caballero (2015) comentan que "él se establece siete categorías o actividades diferentes, a modo de contenidos específicos que los profesores deberían considerar en su enseñanza sobre la resolución de problemas y que se encuentran en el currículo de matemáticas" (p. 24).

- Formular o plantear problemas
- Modelo General de Resolución de Problemas
  - Analizar y comprender el problema
  - Diseño de estrategias
  - Ejecución de las estrategias
  - Revisión del problema, del resultado y toma de decisiones
- Dominio afectivo
- Tecnología de la información y de la comunicación
- Fuentes de situaciones y datos para plantear problemas
- Matemáticas, lenguaje y comunicación
- Evaluación

Se presentan varios factores que obstaculizan realizar actividades de resolver problemas de matemática, principalmente en el nivel de educación primaria y secundaria, entre ellas mencionamos los siguientes:

- La deficiente formación inicial del profesorado en matemática, tiene notoriedad en los profesores de primaria, como el caso particular, en la UNE E G y V, el plan de asignaturas para la formación de profesores de educación primaria es incompleta, pues no toman en cuenta los cursos formativos de matemática que se deben programar, entre ellas, sistemas de números, pensamiento geométrico y gestión de datos, menos aún se preparan en las competencias del docente para organizar y desarrollar actividades de resolución de problemas.

En el nivel secundario es diferente, pues los docentes reciben una mejor preparación especializada de la matemática, se les forman en didáctica de la matemática y en poca escala se dedican a la resolución de problemas.

- Un gran número de docentes de matemática en los niveles educativos no investigan sobre la creatividad y resolución de problemas y no promueven la enseñanza de la matemática por resolución de problemas.
- Los estudiantes ingresantes a la universidad que se inician su preparación para ser profesionales de la educación matemática, tienen una opinión distorsionada de la matemática, como suele haberlos escuchado en diversas ocasiones y frases como:
  - Es difícil estudiar matemática
  - Yo aprendo poco la matemática
  - En Secundaria me enseñaron diferente la matemática que ahora en la universidad
  - Me ha sido difícil adaptarme a estudiar matemática en la universidad
- Los que se preparan para ser profesores de matemática traen ciertas costumbres tradicionales el cual necesitan superarlos, entre ellas.
  - Una enseñanza de la matemática de forma expositiva y repetitiva donde el profesor da un ejemplo de ejercicio o problema, luego se le propone ejercicios o problemas similares.
  - El profesor indica los procedimientos para los ejercicios o problemas y los alumnos repiten dichos procedimientos.
  - Para ilustrar el punto anterior, veamos los siguientes casos
  - Ejemplo de ejercicio del profesor:
  - Resolvamos la siguiente ecuación $5x + 3 = 23$
  - Tarea para los alumnos: resolver $7x + \frac{1}{2} = 4$
  - Más aún el alumno tiene dificultades en resolver la ecuación dada, si adolecen habilidades para sumar o restar fracciones.
  - Se presentan dudas en distinguir ejercicio de un problema.
  - Se puede presentar desánimo emocional si se presenta un problema que les resulta complicado en encontrar la solución.
- Varios docentes de matemática en el nivel primario carecen de iniciativa propia para crearse problemas, lo mismo sucede en algunos docentes de secundaria. Generalmente se centran en dejar tareas de ejercicios y problemas copiados de algún texto de consulta.

- En muchos casos, los docentes de matemática asumen poca actitud para dedicarse a la invención de problemas relacionados con los temas matemáticos del currículo, y la falta de uso de la matemática dirigidos a plantearse problemas de otras disciplinas. Con la falta de compromiso por la creatividad, su inercia origina descuido, poca capacidad profesional, poco preparado para innovar e incentivar una mirada creativa y activa del aprendizaje de la matemática.

3.8.2.1. Problemas incompletos-Modelos

- Los problemas incompletos son aquellos que aparentemente son problemas, pero requieren algún dato adicional para convertirse en problema.
- Los problemas incompletos pueden sorprender a unos y pueden resultar engañosos para otros y que les parece que tiene una solución aparente.
- Los problemas incompletos sirven al sujeto, persona o estudiante para la reflexión y optar en buscar algunas posibilidades de agregar condiciones o datos que permiten convertirse en un verdadero problema; del mismo modo, sirve para enriquecer los saberes matemáticos relacionados con dicho problema incompleto y también para enriquecer la imaginación y capacidad de análisis y para delimitar por qué dicho problema incompleto no tiene solución, para luego establecer alguna condición o dato adicional.

De esta manera, adicionalmente ayuda en desarrollar el razonamiento lógico matemático de las personas dedicados al aprendizaje de la matemática frente al problema incompleto que se le presenta

Ejemplo 1:

En una sesión de clase un docente de matemática enuncia lo siguiente:

María tiene 40 monedas de 5 soles y Pedro tiene billetes de 50 soles. ¿Averiguar quién de ellos tiene más dinero?

Luego de hacer un análisis del enunciado, se debe producir dudas en los alumnos y posiblemente algunos de ellos tratarán de dar respuestas y otros dirán que no se puede determinar quién tiene más dinero.

El enunciado dado por el docente constituye un problema incompleto, veamos a explicar las razones:

Como María tiene 40 monedas de 5 soles, entonces ella cuenta con 200 soles, sin embargo, en el enunciado no se precisa cuántos billetes de 50 soles tiene Pedro. Por otro lado:

Si Pedro tiene 3 billetes de 50 soles, entonces María tiene más dinero que Pedro.

Si Pedro tiene 5 billetes de 50 soles, entonces María tiene menos dinero que Pedro.

Así mismo, si Pedro tiene 4 billetes de 50 soles, entonces ambos tienen la misma cantidad de dinero.

Por estas consideraciones, estamos en el caso de un problema incompleto.

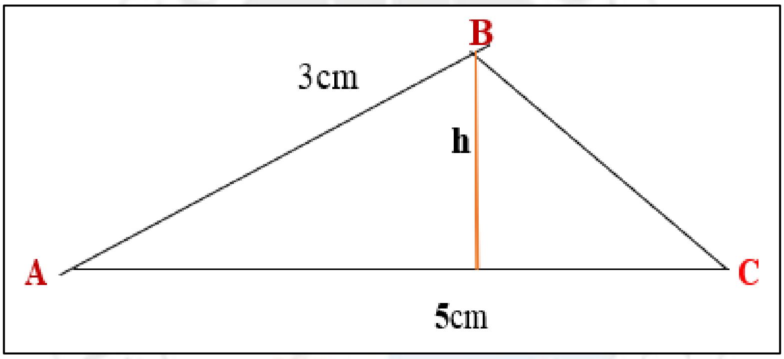
Ejemplo 2

En un triángulo Δ ABC se cumple que el lado $\overline{AB}$ mide 3 cm, el lado $\overline{AC}$ mide 5 cm. Se pide hallar el área de la región limitada por este triángulo.

Caso 1: Si el triángulo es de la forma representado por la figura:

Figura 3

Triángulo Δ ABC



Fuente: Autoría propia.

La altura h no se conoce, si no se conoce la medida de los ángulos B y C, este problema es de carácter incompleto

Si se conoce la medida del ángulo A, este dato nos permite hallar la altura h, en este caso h = 3 sen A, de esta manera se puede calcular el área del triángulo.

Caso 2: Si se presenta el caso en que los dos lados $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$ son catetos de dicho triángulo, entonces el triángulo es rectángulo

En tal sentido, estamos en el caso de un problema y su área es $6cm^2$

3.9. Modelos de problemas aplicativos sobre creatividad matemática

3.9.1. Problema sobre creatividad matemática en educación primaria

3.9.1.1. Situación: Suma de fracciones o de números racionales

Un problema que siempre se presenta a nivel de educación primaria y que constituye un obstáculo didáctico de tipo conceptual o epistemológico es la comprensión de la suma de dos fracciones.

Los niños y niñas tienen dificultades en comprender esta suma

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd} \quad ..(1)$$

Además, alguno de ellos afirma porqué dicha suma no puede ser así:

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+d} \qquad \ldots(2)$$

Es decir, esta suma es la fracción: *suma de numeradores sobre suma de denominadores.*

En este caso, se presenta en los niños un obstáculo epistemológico.

Esta situación se resuelve pidiendo a los alumnos que presenten casos particulares de fracciones y utilicen la segunda igualdad para obtener su suma. Luego del análisis y discusión se comprobará que se llega a resultados absurdos.

Con esta actividad de haber pedido a los alumnos realizar esa tarea, de alguna manera ya estamos incentivando algo su creatividad.

La segunda actividad es el desarrollo de talleres grupales de creatividad matemática donde a los estudiantes se le da la tarea de inventar o crear problemas propios y originales sin el uso de textos o medios informáticos. Se les fija un tiempo para realizar la tarea, cualquier duda con ayuda del profesor. Después se presenta los resultados, análisis y discusión.

Otro de los aspectos a considerar es que en los informes y discusión de los resultados se debe promover la mayor participación de los integrantes de cada grupo. De esta manera se promueve asumir el compromiso de todos; si el 100% de los estudiantes participa con la tarea, el docente estará contribuyendo en incentivar el desarrollo de su capacidad creativa. Por este motivo, el docente debe evitar hacer intervenir sólo a los responsables década grupo de taller. De esta manera promoviendo la práctica de creatividad el aula se convierten una comunidad de aprendizaje creativo de la matemática.

Por otro lado, si los profesores no tienen actitud y capacidad creativa, entonces poco harán para dedicarse a potenciar la creatividad de sus estudiantes.

3.9.2. Problemas sobre creatividad matemática en educación secundaria

3.9.2.1. Problema 1 (aritmética de $\mathbb{N}$)

¿Cuáles son los números naturales en el que la suma de ellos es igual a su producto?

Pasamos hacer el análisis respectivo para encontrar la solución.

- **El método del tanteo**

- El estudiante que se acostumbra a resolver por tanteo, posiblemente tratará de probar con algunos números naturales que satisfacen la condición dada, asumiendo que a y b son los números que satisfacen
- a + b = ab, luego se da algunos números naturales y prueba si cumplen la igualdad

0 + 0 = 0(0) (cumple), una solución es a = 0, b= 0,

0 + 1 = 0(1) (no cumple)

0 + 2 = 0(2) (no cumple)

1 + 1 = 1(1) (no cumple)

1 + 2 = 1(2) (no cumple)

2 + 2 = 2(2) (cumple), otra solución a = 2, b= 2

Si se quiere ser más riguroso, se podría preguntar si hay más soluciones para el problema dado, buscando más casos para a y b, hasta el cansancio, no podrá obtenerse más soluciones.

Al respecto, indagar que ya no hay más soluciones del problema

- Resolución por estrategia analítica

- Los conceptos previos y herramientas matemáticas a usarse son.:
- El lenguaje simbólico.
- Interpretar el problema.
- Matematizar el enunciado.
- Noción de diferencia.
- Factorización.
- Propiedades de la adición y multiplicación en $\mathbb{N}$.

- **Proceso Analítico.**
- Denotamos con a y b esos números naturales.
- Por definición de suma y producto de ellos: a + b, ab.
- Por la condición del problema.
- a + b = ab

$\Rightarrow a + b - ab = 0$

$\Rightarrow a - ab + b = 0$ … (1), también esta igualdad es equivalente con b – ab + a = 0 … (2)

Factorizando (1) y (2):

$\Rightarrow$ a (1-b) + b = 0 … (3)

b (1-a) + a = 0 … (4)

Sumando (3) y (4)

$\Rightarrow$ a (1-b) + b + b(1-a) + a + b= 0, equivalentemente

a (1-b) + a + b(1-a) + b = 0, luego factorizando

$\Rightarrow$ a (1-b +1) + b (1-a +1) = 0

$\Rightarrow$ a (2-b) + b (2-a) = 0 ... (5)

Analizando esta igualdad (5) en $\mathbb{N}$, se debe cumplir que (2-b) y (2-a) no deben ser negativos pues a y b son naturales

Como la suma de los elementos de la izquierda es cero

(I) En un caso (I) se debe cumplir a(2-b) = 0 $\wedge$ b (2-a) = 0

$\Rightarrow$ (a = 0 $\wedge$ 2-b = 0) $\wedge$ (b = 0 $\vee$ 2 - a= 0)

$\Rightarrow$ (a = 0 $\vee$ b = 2) $\wedge$ (b = 0 $\vee$ a = 2)

De aquí los números naturales que satisfacen la condición del problema son:

a = 0 $\wedge$ b = 0, y cumplen 0 + 0 = 0(0) = 0

b = 2 $\wedge$ b = 2, y cumplen 2 + 2 = 2(2) =0

(II) Sólo queda por analizar la igualdad (5), en el caso 2-b ≠ 0, 2-a ≠ 0, para lo cual no hay solución alguna para a y b.

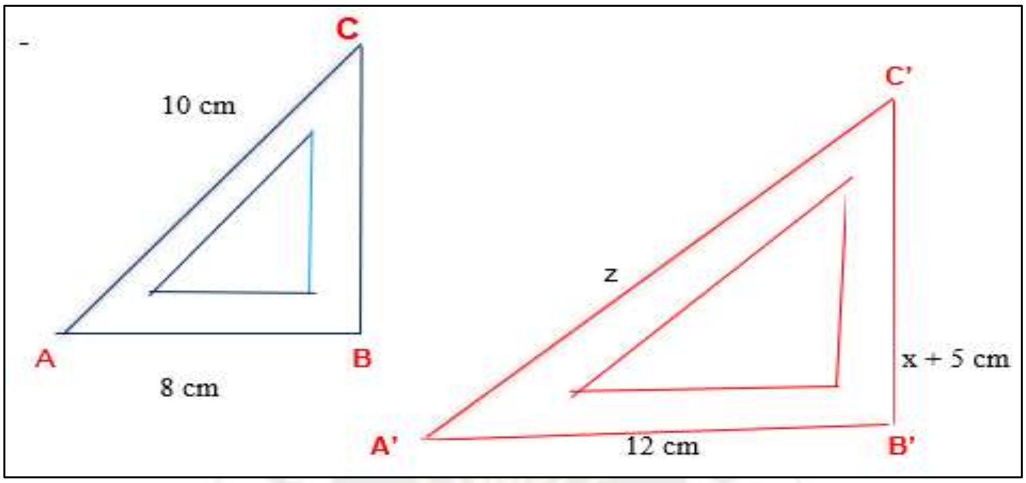
3.9.2.2. Problema 2 (basado en semejanza de triángulos)

Una escuadra pequeña de forma triangular ABC recto en B es tal que su hipotenusa exterior mide 10 cm y el cateto $\overline{AB}\ mide\ 8\ cm$. Un profesor desea construir una escuadra de madera semejante a la primera escuadra de tal manera que su cateto exterior $\overline{A'B'}$ mide12 cm., el otro cateto exterior $\overline{B'C'}$ mide x+5 cm. Calcular la medida de la hipotenusa y del otro cateto de la segunda escuadra.

Solución

Figura 4

Escuadra triangular ABC



Fuente: Autoría propia.

Por semejanza de triángulos $\Delta ABC \approx \Delta A'B'C'$

$\frac{z}{12} = \frac{10}{8} \Rightarrow$ 8z = 120 cm $\Rightarrow$z = 15 cm, o sea A?C? = 15 cm. Además, BC = 6 cm

$\frac{x+5}{z} = \frac{6}{10} \Rightarrow \frac{x+5}{15} = \frac{6}{10}$ $\Rightarrow$10x +50= 90 $\Rightarrow$10x = 40 cm

$\Rightarrow$ x = 4 cm, o sea B'C' = 9cm

3.9.2.3. Problema 3(sistema de ecuaciones lineales)

Este problema se dirige a incentivar la creatividad en contexto real, se presentó en una clase de Álgebra Lineal.

Carlos va al Banco de la Nación y desea cambiar dos billetes de 100 soles en monedas de 2 y 5 soles, resulta que Carlos recibió de la cajera 70 monedas. Calcular el número de monedas de cada tipo que le dieron a Carlos.

Para esto se resuelve el sistema

2x + 5y = 200

x + y = 70

Resolviendo el sistema se obtiene x=50, y = 20

Es decir, a Carlos le entregaron 50 monedas de 2 soles y 20 monedas de 5 soles

Nota: SI se asume que a Carlos recibió 60 monedas, habrá sorpresas.

3.9.3. Problemas sobre creatividad matemática en educación superior

3.9.3.1. Problema 1(Cálculo diferencial)

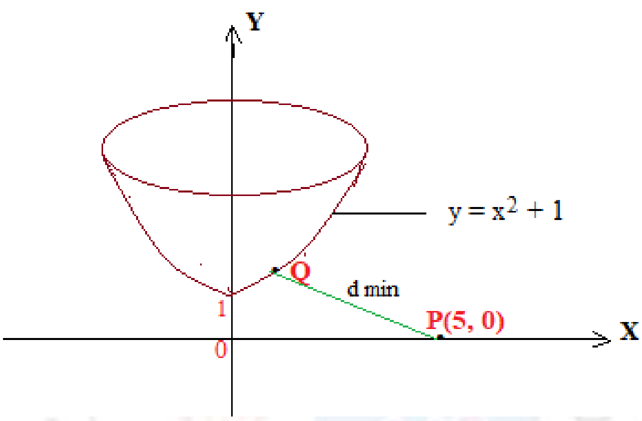
Un pajarito se mueve en línea recta desde un punto P = (5, 0) a una antena parabólica que contiene a la curva de ecuación $y=x^2+1$, Calcular la distancia mínima que recorre el pajarito a dicha curva.

ESTRATEGIA ANALÍTICA

1. Interpretación geométrica

Figura 5

Antena parabólica



Fuente: Elaboración propia.

2. Construcción del modelo matemático de la función distancia

Un punto Q de la parábola $y= x^2 + 1$ es $Q = (x, x^2 +1)$

Denotamos con d la función distancia del punto P = (5, 0) a la parábola de ecuación $y =x^2 +1$

Entonces d(x) = d (Q, P)

$\Rightarrow \mathbf{d(x)} = \sqrt{(x-5)^2 + (x^2+1-0)^2}$

$\Rightarrow \mathbf{d(x)} = \sqrt{(x-5)^2 + (x^2+1)^2}$

3. Como la distancia d debe ser mínimo, entonces aplicamos el criterio de la primera derivada para d(x), es decir se debe cumplir que d'(x) = 0

4. Derivando tenemos $\mathbf{d'(x)} = \frac{2x^3+3x-5}{2\sqrt{(x-5)^2+(x^2+1)^2}}$

5. Cálculo de d mínimo

d(x) es mínimo $\Leftrightarrow$ **d'(x) = 0**

$\Leftrightarrow \mathbf{2x^3 + 3x - 5 = 0}$

$\Leftrightarrow \mathbf{(x-1)(2x^2 + 2x + 5) = 0}$

$\Leftrightarrow$ **x=1 única solución, pues $(2x^2 + 2x +5)$ tiene raíces en C**

Afirmamos que la distancia d es mínimo en x= 1, es decir d (1)

$\Rightarrow$ **d (1) =**$\sqrt{(1-5)^2+(1^2+1)^2}$

$\Rightarrow$ **d (1) =**$\sqrt{20}$ $\Rightarrow$ **d =2**$\sqrt{\mathbf{5}}$

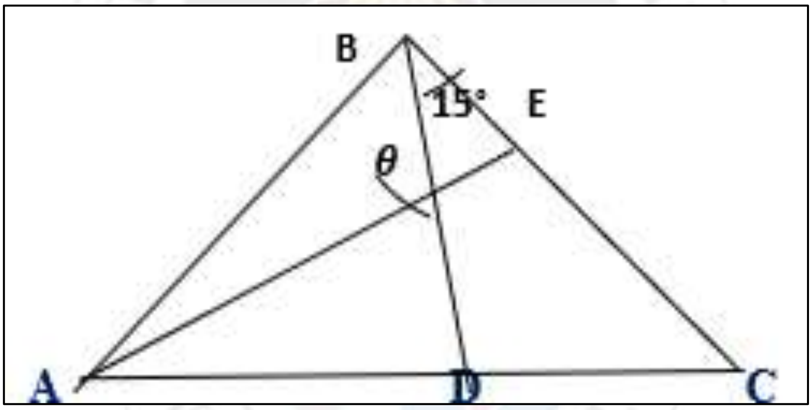
Conclusión: La mínima distancia recorrida por el pajarito desde el punto (5, 0) a la antena parabólica es d =2$\sqrt{5}$, tocando en el punto Q = (1, 1^2+1) = (1, 2)

3.9.3.2. Problema 2 (geometría)

1. Enunciado del ejercicio. En la figura, AB=BD y m(<ABD)=m(<CAE)=m(<ACB). Hallar el valor de θ.

Figura 6

Triangulo Isósceles



Fuente: Autoría propia.

1. Nombre del objeto en estudio: Ejercicio de geometría plana.

2. Área de la matemática: Geometría Plana

3.Unidad didáctica: Triángulos

3.1. Conceptos definidos:

3.2. Ángulo: def. Dados $\overrightarrow{OA}$ y $\overrightarrow{OB}$ $\leftrightarrow$ <AOB = $\overrightarrow{OA} \cup \overrightarrow{OB}$

3.3. Triángulo

def. Dados $\sim(A-B-C) \leftrightarrow\ \Delta ABC = \overline{AB} \cup \overline{BC}\ \cup \overline{AC}$

3.4. Segmento

3.5. Medida de segmento.

3.6. Medida de ángulo. La medida es una función

def. m: A $\rightarrow \mathbb{R}$, A: $conjunto\ de\ todos\ los\ $ángulos$\ del\ plano$
$(< ACB) \rightarrow m(< ACB) = \alpha\, u$

i. m(<ACB)> 0 ó m(<ACB)$\epsilon < 0, 180 >$

ii. <ACB$\cong< DEF \rightarrow m(< ACB) = m(< DEF)$

iii. Dϵ $Int(< ACB) \rightarrow m(< ACB) = m(< ACD) + m(< DCB)$

iv. m(<ACB)=au

3.7. Interior de un ángulo

Def. Dado el $< AOB$. Int ($< AOB$)={X: A-X-B}

3.8. Def. Una figura $\mathcal{F}$ es todo subconjunto del espacio.

3.9. Def. el espacio es el conjunto de todos puntos.

4. Identificar los axiomas. Proceso de resolución

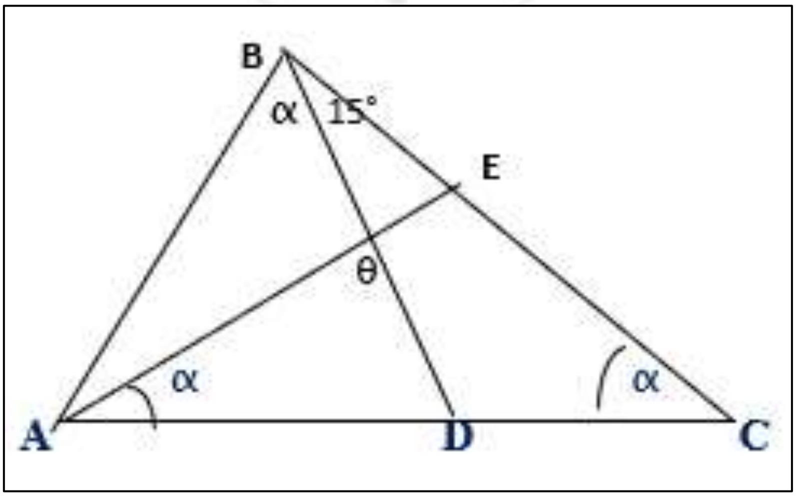
5.Identificar los teoremas. Proceso de resolución.

6. Resolución del ejercicio. En cada paso debe estar: la expresión gráfica, el proceso operativo y

9. Resolución del ejercicio. En cada paso debe estar: la expresión gráfica, el proceso operativo y la justificación de cada paso.

Figura 7

*Interpretación en t*riangulo Isósceles



Fuente: Autoría propia.

AB=BD=a, m(<CAE)=m(<ABD)=m(<ACB)=α

m(<DBC)=15°y $\theta =$?   (datos del ejercicio)

9.1   -- ΔABD es Isósceles

Triángulo Isósceles

Def. ΔMNS es Isósceles sii $\overline{MN} \cong \overline{SN}$

--m(<ADB)=$\alpha + 15°$ (Teor. Ángulo externo de un triángulo)

Ángulo externo

Def. Dado el ΔABC. <ABN es externo del ΔABC $\leftrightarrow$ <ABN es adyacente con <ABC

--En el ΔABD: m(<BAD)=m(<BDA)=$\alpha + 15°$ (Teor. Triángulo Isósceles)

--ΔABD: $\alpha + \alpha + 15° + \alpha + 15° = 180°$ (Teor. Suma de los ángulos internos de un triángulo) $\alpha = 65°$

9.2 -- ΔAOD: $\theta + \alpha + \alpha + 15° = 180°$ (Teor. Suma de los ángulos internos de un triángulo)

$\theta = 180° - 145° = 35°$, $\theta = 35°$

10. Resumen Teórico

- Número de conceptos no definidos (6)
- Número de conceptos definidos (10)
- Número de teoremas (3)

3.9.3.3. Problema 3 (homeomorfismo topológico)

Sea X= $\mathbb{R}^2$ con la topología euclidiana y los subespacios topológicos S^1 y C, donde

$S^1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y^2 = 1\}$, $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / |x| + |y| = 1\}$

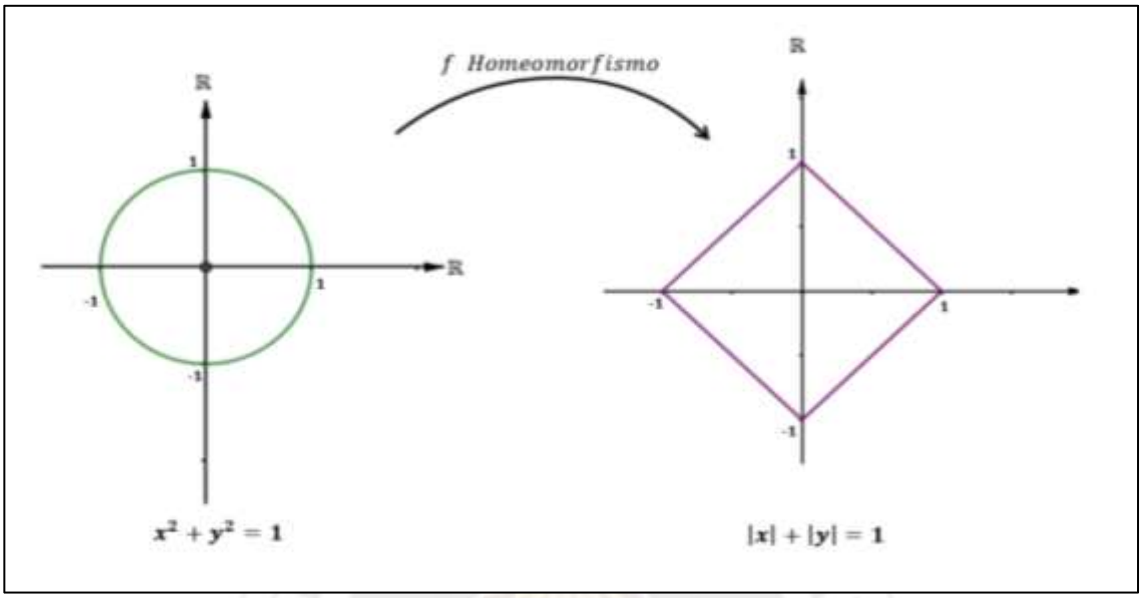
Demostrar que S^1 es homeomorfo a C.

Para esto definimos la función f: $S^1 \rightarrow C$, con su regla de correspondencia

$F(x, y) = \left(\frac{x}{|x|+|y|}, \frac{y}{|x|+|y|}\right)$

Figura 8

Representación de espacios homeomorfos



Fuente: Elaboración propia.

- Analicemos que la función f es biyectiva y continua:
  - Se pide al lector probar que f es inyectiva
  - Para todo (x, y) en S^1, hallando la suma de los valores absolutos de las componentes de f(x, y) se obtiene 1. Es decir, afirmamos f (x, y) pertenece a C
  - Esto nos garantiza que el rango de f es C, entonces f es suryectiva
  - f es continua, pues sus respectivas componentes de f(x, y) son funciones reales continuas con denominador diferente de cero
- Hallamos f^{-1}:

Como f es suryectiva, entonces para todo (z, w) en C, existe (x, y) en S^1 tal que

f (x, y) = (z, w), reemplazando tenemos

$\left(\frac{x}{|x|+|y|}, \frac{y}{|x|+|y|} \right)$ = (z, w), además (x, y) = f^{-1} (z, w)

- **Pasos creativos:**

En la igualdad de la izquierda, para obtener (x, y), hacemos $|x| + |y| = r$

$\Rightarrow \left(\frac{x}{r}, \frac{y}{r} \right)$ = (z, w) ⇒ (x, y) = (r z, r w), y por igualdad de sus vectores unitarios

$$\Rightarrow \frac{(x,y)}{\|(x,\ y)\|} = \frac{(rz,\ rw)}{\|(rz,rw)\|}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}(x,y) = \frac{1}{\sqrt{(rz)^2+(rw)^2}}(rz,rw)$$

Teniendo en cuenta que $(x, y) \in S^1$, ya se cumple $x^2 + y^2 = 1$

Entonces reemplazando y simplificando obtenemos

$(x, y) = \left(\frac{z}{\sqrt{z^2+w^2}} , \frac{w}{\sqrt{z^2+w^2}} \right)$, además $\mathbf{(x, y) = f^{-1} (z, w)}$

$\Rightarrow f^{-1} (z, w) = \left(\frac{z}{\sqrt{z^2+w^2}} , \frac{w}{\sqrt{z^2+w^2}} \right)$, con f^{-1} la función inversa de f

Como la suma de los cuadrados de las respectivas componentes de $f^{-1} (z, w)$ es 1, entonces $f^{-1} (z, w)$ está en el subespacio S^1, significa $rang(f^{-1}) = S^1$

$\Rightarrow f^{-1}$ es suryectiva

Se pide al lector probar que f^{-1} es inyectiva

- También f^{-1} es continua, pues sus respectivas componentes de $f^{-1} (z, w)$ son funciones reales continuas con denominador diferente de cero.

Por lo tanto, f es un homeomorfismo de S^1 en C.

CONCLUSIONES

La investigación realizada tiene un enfoque cualitativo y cuantitativo, tuvo por objetivo investigar para obtener un amplio conocimiento de los fundamentos de creatividad y la resolución de problemas y obtener la información relevante como soporte de la creatividad y la resolución de problemas de Matemática. Después de realizada la investigación en las fases indicadas en el proyecto, se obtuvo los siguientes resultados:

- Un conocimiento amplio y comprensión de los investigadores sobre los fundamentos teóricos relevantes de creatividad y resolución de problemas, de este modo, a los investigadores nos convierte en miembros de una comunidad de aprendizaje permanente.
- Los fundamentos nos sirven de sustento en el diseño y elaboración de estrategias didácticas que facilitan el desarrollo de la creatividad y la capacidad de inventar problemas originales en los estudiantes de Matemática e Informática.
- La encuesta de opinión de los estudiantes sobre el estado actual de las acciones de la creatividad por los docentes de Matemática e Informática fue validada por un calificado profesional.

► **Del** análisis de las encuestas se concluye que en general los estudiantes opinan estar POCO DE ACUERDO con que los docentes realizan acciones de creatividad y la resolución de problemas.

- Como consecuencia del estudio y los resultados, presentamos modelos ilustrativos de la manera cómo se puede abordar algunos temas de matemática mediante la creatividad, así como la creación y resolución de problemas, tanto a nivel de la educación básica, como a nivel superior.
- Mediante la divulgación del presente artículo y la correspondiente exposición en jornadas de capacitación, nos dirigimos a socializar ideas para orientar y reflexionar a los actores académicos sobre lo significativo que reviste el fomento continuo de la creatividad y resolución de problemas.

RECOMENDACIONES

- Los docentes de la UNE E G y V debemos asumir con seriedad el reto y compromiso de investigar de manera permanente los fundamentos sobre el fomento de la creatividad y resolución de problemas.
- Los docentes en el aula debemos realizar acciones permanentes de creatividad y resolución de problemas en los procesos de enseñanza-aprendizaje.
- Los docentes debemos dejar a los alumnos (as) tareas de creatividad matemática en situaciones reales, que les permiten fortalecer el aprendizaje matemático, el desarrollo de la capacidad creativa y la investigación
- Es necesario reformular las líneas de investigación en la universidad.
- La Universidad, a través del Instituto de Investigación, debe realizar concursos de Artículos Científicos, conformando jurados idóneos y transparentes, de modo que a los mejores artículos científicos se gestiona su publicación en Revistas Científicas indizadas exigidos por RENACYT.
- El Instituto de Investigación debe restablecer en el Reglamento de Concurso de Proyectos Investigación para el año 2023, la elaboración de textos universitarios, como medio bibliográfico auxiliar de formación por competencias.

REFERENCIAS

Allueva Torres, Pedro (2014). *Desarrollo del pensamiento creativo en el ámbito universitario*. Universidad de Zaragoza

Blanco, L., & Caballero A. (2015). Modelo integrado de resolución de problemas. En L. Blanco, J. Cárdenas, & A. Caballero, *La resolución de problemas matemáticos en la formación inicial de profesores de primaria* (pp. 109-122). Extremadura: Universidad de Extremadura.

Campos Ana M. (2015). *Implementación del programa de creatividad matemática a través de resolución de problemas en Educación Primaria.* U. Valladolid.

De la Torre, S. & Violant, V. (2003). *Estrategias creativas en la enseñanza universitaria*

Recuperado http://www.ub.edu/sentipensar/pdf/saturnino/estrategias_creativas_universitaria.pdf

Menchén Bellín, F. (2009). *El maestro creativo: Nuevas competencias*. Tendencias pedagógicas. El Maestro (14)

Sequera G, Cristina (2007). *Creatividad y desarrollo profesional docente de Matemática para la Educación Primaria.* Tesis doctoral. Universidad de Barcelona

Anexos

ENCUESTA DE OPINIÓN A LOS ESTUDIANTES

SECCIÓN: ……C1………..:

A continuación les presentamos preguntas de opinión, para valorar el grado de aceptación o conformidad de acuerdo a las enseñanzas recibidas sobre los cursos de especialidad de Matemática.

La escala de valoración es la siguiente:

En desacuerdo (1) -Ni de acuerdo, ni en desacuerdo(2) – Poco de acuerdo(3)-

Medianamente de acuerdo (4) - Totalmente de acuerdo (5)

En los siguientes ítems marcar con (X) sólo un número, según la escala de valoración:

N° Ítem	Preguntas de Opinión	Nivel de aceptación				
		1	**2**	**3**	**4**	**5**
1	Consideras que algunos docentes de sus cursos de especialidad en clases se han referido a la creatividad matemática?					
2	Consideras si por lo menos un docente de una asignatura de especialidad les ha incentivado la creatividad matemática?					
3	Diga si recuerda usted si en alguna asignatura les dieron a conocer algunas estrategias didácticas para realizar actividades de creatividad matemática					
4	¿Consideras que algunos docentes de sus cursos de especialidad en clases se han referido a la resolución de problemas?					
5	¿Consideras si por lo menos un docente de una asignatura de especialidad les ha incentivado a la resolución de problemas?					
6	¿Consideras si en clase de alguna asignatura de especialidad han realizado taller de práctica de creatividad matemática?					
7	¿Consideras si en clase de alguna asignatura de especialidad han realizado taller de práctica de invención o creación de problemas?					
8	¿En qué medida los docentes demuestran creatividad en la evaluación de los cursos de especialidad ?					
9	¿Consideras usted que has desarrollado capacidades para crear o inventar problemas originales de matemática?					
10	¿En general los profesores de matemática especializada demuestran su creatividad en formular problemas originales?					
N° Ítem	**Preguntas de Opinión**	**Nivel de aceptación**				
		1	**2**	**3**	**4**	**5**
11	Razonar creativamente en el aprendizaje de la matemática, me resulta difícil por falta de costumbre y de tiempo.					
12	. Razonar creativamente en el aprendizaje de la matemática, me resulta difícil por falta de costumbre y de tiempo..					
13	Durante el desarrollo de algunas clases de matemática, el profesor encarga trabajos para investigar las contribuciones originales que han hecho los matemáticos sobre temas que se estudian en clase.					
14	.Es un rasgo de la creatividad matemática formular problemas y utilizar diversas estrategias para resolver un problema de matemática.					

Nota:

Solicito el envío de sus respuestas de esta encuesta al siguiente correo:

ftrujimat@gmail.com

CERTIFICADO DE VALIDEZ (INSTRUMENTO INVESTIGACIÓN)

I. **DATOS GENERALES:**

1. Apellidos y Nombres del validador: DIAZ DUMONT, JORGE RAFAEL
2. DNI: 08698815
3. Teléfono: 999140920
4. Grado académico: DOCTOR
5. Institución donde labora: UNFV – UNFV POST GRADO
6. Profesión del validador: LIC, EDUCUACIÓN E INGENIERO INDUSTRIAL
7. Nombre del instrumento: Encuesta para indagar las actividades de creatividad y resolución de problemas
8. Título de la investigación: "Estrategias didácticas para desarrollar la creatividad y competencia de resolver problemas, en los estudiantes de matemática e informática"
9. Autor del instrumento: Mg. Florencio Celso Trujillo Cauti

II. **ASPECTOS DE VALIDACIÓN:**

Marcar con una X según su evaluación

INDICADORES	CRITERIOS	Puede mejorarse	Cumple
1. Claridad	Está formulado con lenguaje científico, técnico propio del estudio del fenómeno a estudiar.		x
2. Objetividad	La realidad del fenómeno está analizada tal cual es, minimizando algún tipo de sesgo.	x	
3. Actualidad	Adecuado al avance de la ciencia y la tecnología.	x	
4. Suficiencia	Considera suficientes factores y/o aspectos necesarios para analizar el fenómeno observado.		x
5. Intencionalidad	Orientado al fenómeno específico estudiado.		x
6. Consistencia	Fundamentado en teorías, protocolos ya estandarizados.	x	
7. Coherencia	Existe una lógica en la secuencialidad en los pasos a seguir al analizar el fenómeno.		x
8. Metodología	La estrategia planteada en el instrumento responde al propósito del diagnóstico		x
9. Pertinencia	El instrumento es funcional para el propósito de la investigación.		x

OPCIÓN DE APLICABILIDAD SIEMPRE QUE CUMPLA COMO MÍNIMO CON 6 CRITERIOS
Marque con una X

APLICABLE	x	APLICABLE DESPUÉS DE MEJORAR		NO APLICABLE *	

Firma y Sello del experto informante

* Si no considera aplicable explicar en una hoja las razones